

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Железнов Лев Михайлович  
Должность: ректор  
Дата подписания: 01.02.2022 16:50:05  
Уникальный программный ключ:  
7f036de85c233e341493b4c0e4017a18e939531

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«**Кировский государственный медицинский университет**»  
Министерства здравоохранения Российской Федерации

УТВЕРЖДАЮ

И.о. ректора Л.А. Копысова

«31» августа 2017 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

Специальность 30.05.01 Медицинская биохимия

Направленность (профиль) ОПОП – Медицинская биохимия

Форма обучения очная

Срок освоения ОПОП 6 лет

Кафедра физики и медицинской информатики

Рабочая программа дисциплины разработана на основе:

- 1) ФГОС ВО по специальности 30.05.01 Медицинская биохимия, утвержденного Министерством образования и науки РФ «11» августа 2016 г. приказ № 1013
- 2) Учебного плана по специальности 30.05.01 «Медицинская биохимия», одобренного ученым советом ФГБОУ ВО Кировский ГМУ Минздрава России «31» августа 2017 г., протокол № 6.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

Кафедрой физики и медицинской информатики «31» августа 2017 г. (протокол № 1)

Заведующий кафедрой А.В. Шатров

Ученым советом педиатрического факультета «31» августа 2017г. (протокол №5а)

Председатель ученого совета факультета О.Н. Любезнова

Центральным методическим советом «31» августа 2017 г. (протокол № 1)

Председатель ЦМС Е.Н. Касаткин

**Разработчик:**

Старший преподаватель кафедры физики  
и медицинской информатики О.Л. Короткова

**Рецензенты:**

Зав. кафедрой патофизиологии ФГБОУ ВО Кировский ГМУ, д.м.н., профессор А.П. Спицин

Доцент кафедры прикладной математики и информатики ВятГУ, к.б.н., Чупраков П.Г.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Раздел 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП	4
1.1. Цель изучения дисциплины (модуля)	4
1.2. Задачи изучения дисциплины (модуля)	4
1.3. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП	4
1.4. Объекты профессиональной деятельности	4
1.5. Виды профессиональной деятельности	4
1.6. Формируемые компетенции выпускника	5
Раздел 2. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы	6
Раздел 3. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)	6
3.1. Содержание разделов дисциплины (модуля)	6
3.2. Разделы дисциплины (модуля) и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами	7
3.3. Разделы дисциплины (модуля) и виды занятий	7
3.4. Тематический план лекций	8
3.5. Тематический план практических занятий (семинаров)	9
3.6. Самостоятельная работа обучающегося	10
3.7. Лабораторный практикум	11
3.8. Примерная тематика курсовых проектов (работ), контрольных работ	11
Раздел 4. Перечень учебно-методического и материально-технического обеспечения дисциплины (модуля)	11
4.1. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)	11
4.2. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)	12
4.2.1. Основная литература	12
4.2.2. Дополнительная литература	12
4.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)	12
4.4. Перечень информационных технологий, используемых для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю), программного обеспечения и информационно-справочных систем	12
4.5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)	13
Раздел 5. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины (модуля)	14
Раздел 6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)	15
Раздел 7. Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	16

## **Раздел 1. Перечень планируемых результатов обучения дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП**

### **1.1. Цель изучения дисциплины:**

Способствовать овладению студентами математическим аппаратом, необходимым для решения теоретических и практических задач, развитие у студентов способности самостоятельного изучения математической литературы и умения выражать математическим языком естественнонаучные и клинические задачи; формированию у студентов-биохимиков системных знаний, умений и навыков по применению математического аппарата для решения научных, производственных и учебных задач.

### **1.2. Задачи изучения дисциплины:**

- Способствовать формированию навыков подготовки и публичного представления результатов научных исследований;
- способствовать формированию у студентов логического мышления, умения точно формулировать задачу, способность вычленять главное и второстепенное, умения делать выводы на основании полученных результатов измерений;
- сформировать навыки анализа научной литературы
- способствовать приобретению знаний по разделам математического анализа, которые необходимы для рассмотрения процессов, протекающих в биологических организмах;
- способствовать приобретению навыков по технике безопасности при работе с медицинским оборудованием.

### **1.3. Место дисциплины в структуре ОПОП:**

Дисциплина «Математический анализ» относится к блоку Б1. Дисциплины базовой части.

Основные знания, необходимые для изучения дисциплины формируются при изучении курса математики средней школы.

Является предшествующей для изучения дисциплин: Теория вероятностей и математическая статистика; Информатика, медицинская информатика; Общая и медицинская биофизика.

### **1.4. Объекты профессиональной деятельности**

Объектами профессиональной деятельности выпускников, освоивших рабочую программу дисциплины, являются:

- физические лица (пациенты)
- совокупность физических лиц (популяции);
- совокупность медико-биологических средств и технологий, направленных на создание условий для сохранения, обеспечения профилактики, диагностики и лечения заболеваний.

### **1.5. Виды профессиональной деятельности**

Изучение данной дисциплины направлено на подготовку к следующим видам профессиональной деятельности:

научно-исследовательская.

### 1.6. Формируемые компетенции выпускника

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование у выпускника следующих компетенций:

№ п/п	Номер/ индекс компете- нции	Результаты освоения ОПОП (содержание компе- тенции)	Перечень планируемых результатов обучения дисциплине			Оценочные средства	
			Знать	Уметь	Владеть	для текущего контроля	для промежуточ- ной аттестации
1	2	3	4	5	6		7
1	<b>ОК-5</b>	готовностью к само-развитию, самореа-лизации, самообразо-ванию, использо-ванию творческого по-тенциала	31. Основы сбора, хра-нения, поиска, перера-ботки, преобразования, распространения меди-цинской информации, способы системной об-работки и наглядного представления данных медицинской литерату-ры и собственных наблюдений.	У1. Логически и аргументировано ана-лизировать информа-цию, публично высту-пать, вести дискус-сию; пользоваться учебной, научной ли-тературой, сетью Ин-тернет для професси-ональной деятельно-сти.	В1. Грамотно постав-ленной речью, навыками ведения диалога; техно-логиями поиска инфор-мации в библиотечных системах и сети Интер-нет; способностью ана-лизировать и сравнивать полученную научно-медицинскую информа-цию, делать выводы.	Типовые и ситу-ационные зада-чи, проверочная работа, реферат, тесты	Собеседование, практические умения, тест
2	<b>ПК-13</b>	способностью к ор-ганизации и прове-дению научных ис-следований, включая выбор цели и форму-лировку задач, пла-нирование, подбор адекватных методов, сбор, обработку, ана-лиз данных и пуб-личное их представ-ление с учетом тре-бований информаци-онной безопасности	36. Правила публичного представления резуль-татов научных исследо-ваний; правила инфор-мационной безопасно-сти.	У6. Представлять ре-зультаты научных ис-следований.  Адекватно соблюдать правила информаци-онной безопасности.	В6. Правилами пред-ставления результатов научных исследований в соответствии с правила-ми информационной безопасности. Методи-кой написания научной статьи и тезисов.  Навыками представле-ния результатов работы в письменной и устной форме.  Навыками публичных выступлений.	Типовые и ситу-ационные зада-чи, проверочная работа, реферат, тесты	Собеседование, практические умения, тест

## Раздел 2. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 час.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры	
		№ 1	№ 2
1	2	3	4
<b>Контактная работа (всего)</b>	<b>144</b>	<b>72</b>	<b>72</b>
в том числе:			
Лекции (Л)	40	20	20
Практические занятия (ПЗ)	104	52	52
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	<b>72</b>	<b>18</b>	<b>54</b>
В том числе:			
- Подготовка к занятиям	27	9	18
- Подготовка к демонстрации практических навыков (решению типовых и ситуационных задач)	27	9	18
- Реферат	9		9
- Подготовка к тестированию	9	-	9
Вид промежуточной аттестации	зачет		
	экзамен	контактная работа	3
		самостоятельная работа	33
<b>Общая трудоемкость (часы)</b>	<b>252</b>	<b>90</b>	<b>162</b>
<b>Зачетные единицы</b>	<b>7</b>	<b>2,5</b>	<b>4,5</b>

## Раздел 3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

### 3.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Код компетенции	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы разделов)
1	2	3	4
1.	ОК-5, ПК-13	Введение в высшую математику	<i>Лекции:</i> Основы линейной алгебры. Основы аналитической геометрии Основы векторной алгебры Комплексные числа <i>Практические занятия:</i> Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений. Основы аналитической геометрии и векторной алгебры Комплексные числа.
2.	ОК-5, ПК-13	Элементы дифференцирования	<i>Лекции:</i> Предел функции Производная. Дифференциал. Исследование функций Функция нескольких переменных. Применения полного дифференциала <i>Практические занятия:</i> Свойства функций. Предел и непрерывность функции Производная. Дифференциал. Исследование функций Функция нескольких переменных. Полный дифференциал

3.	ОК-5, ПК-13	Элементы интегрирования	<i>Лекции:</i> Первообразная. Неопределенный интеграл Определенный интеграл <i>Практические занятия:</i> Первообразная. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл
4.	ОК-5, ПК-13	Дифференциальные уравнения	<i>Лекции:</i> Дифференциальные уравнения. Применение дифференциальных уравнений для моделирования процессов. <i>Практические занятия:</i> Дифференциальные уравнения 1-го и 2-го порядка Применение дифуравнений для моделирования процессов.
5	ОПК-5, ПК-13	Ряды	<i>Лекции:</i> Числовые и функциональные ряды Сходимость ряда Разложение функций в ряд <i>Практические занятия:</i> Разложение функций в ряд

### 3.2. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п\п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин				
		1	2	3	4	5
1	Информатика, медицинская информатика	+	+	+	+	+
2	Теория вероятностей и математическая статистика	+	+	+	+	+
3	Общая и медицинская биофизика	+	+	+	+	+

### 3.3. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Л	ПЗ	СРС	Всего часов	
1	2	3	4	5	6	
1	Введение в высшую математику	10	21	9	40	
2	Элементы дифференцирования	12	34	9	55	
3	Элементы интегрирования	6	15	18	39	
4	Дифференциальные уравнения	6	24	18	48	
5	Ряды	6	10	18	34	
Вид промежуточной аттестации:	зачет	экзамен			3	
	экзамен					контактная работа
						самостоятельная работа
<b>Итого:</b>		<b>40</b>	<b>104</b>	<b>72</b>	<b>252</b>	

### 3.4. Тематический план лекций

№ п/п	№ раздела	Тематика лекций	Содержание лекций	Трудоемкость (час)
-------	-----------	-----------------	-------------------	--------------------

	дисциплины			1 сем.	2 сем.
1	2	3	4	5	6
1	1	Основы линейной алгебры.	Матрицы и определители. Системы линейных уравнений.	4	
2	1	Основы аналитической геометрии	Системы координат. Линии на плоскости. Уравнения прямой линии. Линии второго порядка. Уравнения поверхностей. Плоскость и прямая в пространстве.	2	
3	1	Основы векторной алгебры	Векторы. Действия над векторами. Произведения векторов.	2	
4	1	Комплексные числа	Множества. Числовые множества. Множество комплексных чисел		2
5	2	Предел функции	Понятие функции. Способы задания и представления функций. Область определения и множество значений. Виды функций. Свойства функций: непрерывность, четность, периодичность, монотонность. Свойства основных элементарных функций. Предел функции. Свойства пределов. Непрерывность функции.	4	
6	2	Производная. Дифференциал.	Производная функции. Дифференциал функции. Геометрический и физический смысл производной первого и второго порядка. Геометрический смысл дифференциала. Уравнение касательной и нормали к графику функции в точке.	2	
7	2	Исследование функций	Исследование свойств функций при помощи пределов и производных.	2	
8	2	Функция нескольких переменных.	Понятие функции нескольких переменных. Область определения функции двух переменных. Частные производные и дифференциалы, полный дифференциал.	2	
9	2	Применения полного дифференциала	Применения дифференциала для приближенных вычислений и вычисления погрешностей косвенных измерений. Исследование функции нескольких переменных на экстремум. Условный экстремум.	2	
12	3	Первообразная. Неопределенный интеграл	Понятие первообразной. Свойства. Неопределенный интеграл. Формулы и правила интегрирования. Методы интегрирования.		4
13	3	Определенный интеграл	Вычисление определенного интеграла. Применение определенного интеграла для вычисления геометрических и физических величин.		2
14	4	Дифференциальные уравнения.	Понятие дифференциального уравнения. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Дифференциальные уравнения 1-го, 2-го и высших порядков.		2
15	4	Применение дифференциальных	Составление дифференциальных уравнений пор условиям задачи. Дифференциальная		4



		уравнений для моделирования процессов.	модель процесса.		
16	5	Числовые и функциональные ряды	Числовые ряды. Знакопостоянные, знакопеременные и знакопеременные ряды. Функциональные ряды. Степенные ряды.		2
17	5	Сходимость ряда	Сходимость числового ряда. Сходимость степенного ряда. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.		2
18	5	Разложение функций в ряд	Разложение функций в степенной ряд. Ряды Тейлора и Маклорена. Вычисление значений функции разложением в ряд Тейлора.		2
<b>Итого:</b>				<b>20</b>	<b>20</b>

### 3.5. Тематический план практических занятий (семинаров)

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий	Содержание практических занятий	Трудоемкость (час.)	
				1 сем.	2 сем.
1	2	3	4	5	6
1	1	Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений.	Матрица, виды матриц, действия с матрицами, эквивалентные преобразования матриц.	9	
2	1	Основы аналитической геометрии и векторной алгебры	Системы координат. Линии на плоскости. Уравнения прямой линии. Плоскость и прямая в пространстве.	6	
3	1	Комплексные числа.	Понятие комплексного числа. Геометрическое изображение. Способы задания комплексного числа. Действия с комплексными числами.		3
4	1	Итоговое занятие	Проверочная работа №1 и тестирование по разделу.	3	
5	2	Свойства функций. Предел и непрерывность функции	Понятие функции. Область определения и множество значений. Свойства функций: непрерывность, четность, периодичность, монотонность. Свойства основных элементарных функций.	9	
6	2	Производная. Дифференциал.	Производная функции. Дифференцирование сложных функций. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически.	9	
7	2	Исследование функций	Исследование свойств функций при помощи пределов и производных.	3	
8	2	Функция нескольких переменных. Полный дифференциал	Понятие функции нескольких переменных. Область определения функции двух переменных. Частные производные и дифференциалы, полный дифференциал.	9	
9	2	Итоговое занятие	Проверочная работа № 2 и тестирование по разделу	4	
10	3	Первообразная. Неопределенный	Понятие первообразной. Свойства. Неопределенный интеграл. Формулы и правила ин-		9

		интеграл.	тегрирования. Методы интегрирования.		
11	3	Определенный интеграл	Вычисление определенного интеграла. Применение определенного интеграла для вычисления геометрических и физических величин.		6
12	4	Дифференциальные уравнения 1-го и 2-го порядка	Понятие дифференциального уравнения. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Решение дифференциальных уравнений: с разделяющимися переменными, однородных, линейных, Бернулли.		12
13	4	Применение дифференциальных уравнений для моделирования процессов.	Составление дифференциальных уравнений по условиям задачи. Дифференциальная модель процесса.		6
14	4	Итоговое занятие	Проверочная работа № 3 и тестирование по разделу.		6
15	5	Разложение функций в ряд	Разложение функций в степенной ряд. Ряды Тейлора и Маклорена. Вычисление значений функции разложением в ряд Тейлора.		9
16	5	Итоговое занятие	Подведение итогов изучения дисциплины		1
<b>Итого:</b>				<b>52</b>	<b>52</b>

### 3.6. Самостоятельная работа обучающегося

№ п/п	№ семестра	Наименование раздела дисциплины	Виды СРС	Всего часов
1	2	3	4	5
1	1	Введение в высшую математику	- Подготовка к занятиям, тестированию - Реферат - Подготовка к демонстрации практических навыков (решению типовых и ситуационных задач)	9
2		Элементы дифференцирования	- Подготовка к занятиям, тестированию - Реферат - Подготовка к демонстрации практических навыков (решению типовых и ситуационных задач)	9
<b>Итого часов в семестре:</b>				<b>18</b>
3	2	Элементы интегрирования	- Подготовка к занятиям, тестированию - Реферат - Подготовка к демонстрации практических навыков (решению типовых и ситуационных задач)	18
4		Дифференциальные уравнения	- Подготовка к занятиям, тестированию - Реферат - Подготовка к демонстрации практических навыков (решению типовых и ситуационных задач)	18
5		Ряды	- Подготовка к занятиям, тести-	18

			рованию - Подготовка к демонстрации практических навыков (решению типовых и ситуационных задач)	
<b>Итого часов в семестре:</b>				<b>54</b>
<b>Всего часов на самостоятельную работу:</b>				<b>72</b>

**3.7. Лабораторный практикум** – не предусмотрен учебным планом

**3.8. Примерная тематика курсовых проектов (работ), контрольных работ** - не предусмотрены учебным планом

#### **Раздел 4. Перечень учебно-методического и материально-технического обеспечения дисциплины**

##### **4.1. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

1. Типовые расчеты по темам «Пределы», «Исследование функций», «Интегрирование» и «Ряды». Составитель О.Л. Короткова (рук.)

2. Сборник тестовых заданий для промежуточного и текущего тестирования «Математический анализ. Вопросы тестового контроля: учебно-методическое пособие»/Короткова О.Л.– (рук.)

3. Примерные темы рефератов утверждены на заседании кафедры и хранятся на кафедре:

- Способы нахождения обратной матрицы.
- Линии второго порядка на плоскости: окружность, эллипс, парабола, гипербола.
- Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
- Поверхности второго порядка в пространстве:
- Линейные операции с векторами.
- Нелинейные операции с векторами.
- Задание вектора с помощью определителей.
- Прикладные задачи химии, биологии и физики, решаемые при помощи производной и интеграла.
- Дифференциальные модели в биологии.
- Дифференциальные модели в химии.

4. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

##### **4.2. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

###### **4.2.1. Основная литература**

№ п/п	Наименование	Автор(ы)	Год, место издания	Кол-во экземпляров в библиотеке	Наличие в ЭБС
1	2	3	4	5	6
1	Основы высшей математики и математической статистики	И.В. Павлушков и др.	2012, Москва	28	Консультант студента <a href="http://www.studmedlib.ru">www.studmedlib.ru</a>

###### **4.2.2. Дополнительная литература**

№ п/п	Наименование	Автор(ы)	Год, место издания	Количество экземпляров в библиотеке	Наличие в ЭБС
1	2	3	4	5	6
1	Медицинская и биологическая физика: сборник задач	А.Н. Ремизов, А.Г. Максина	Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014	[Электронный ресурс].	Консультант студента

#### 4.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. <http://math66.ucoz.ru>
2. <http://www.fepo.ru>
3. <http://www.i-olymp.ru>
4. <http://www.pavlov-iv.ru>
5. Allmath.ru — вся математика в одном месте <http://www.allmath.ru>
6. Exponenta.ru: образовательный математический сайт <http://www.exponenta.ru>
7. Вся элементарная математика: Средняя математическая интернет-школа <http://www.bymath.net>
8. Графики функций <http://graphfunk.narod.ru>
9. Дидактические материалы по информатике и математике <http://comp-science.narod.ru>
10. Интернет-проект «Задачи» <http://www.problems.ru>
11. Математика on-line: справочная информация в помощь студенту <http://www.mathem.h1.ru>
12. Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике online) <http://www.mathtest.ru>
13. Решебник.Ru: Высшая математика и эконометрика — задачи, решения <http://www.reshebnik.ru>
14. Сайт элементарной математики Дмитрия Гущина <http://www.mathnet.spb.ru>

#### 4.4. Перечень информационных технологий, используемых для осуществления образовательного процесса по дисциплине, программного обеспечения и информационно-справочных систем

Для осуществления образовательного процесса используются:

1. Слайд-лекции,

В учебном процессе используется лицензионное программное обеспечение:

1. Договор Microsoft Office (версия 2003) №0340100010912000035\_45106 от 12.09.2012г. (срок действия договора - бессрочный),
2. Договор Microsoft Office (версия 2007) №0340100010913000043\_45106 от 02.09.2013г. (срок действия договора - бессрочный),
3. Договор Microsoft Office (версия 2010) № 340100010914000246\_45106 от 23.12.2014г. (срок действия договора - бессрочный).
4. Договор Windows (версия 2003) №0340100010912000035\_45106 от 12.09.2012г. (срок действия договора - бессрочный)
5. Договор Windows (версия 2007) №0340100010913000043\_45106 от 02.09.2013г. (срок действия договора - бессрочный),
6. Договор Windows (версия 2010) № 340100010914000246\_45106 от 23.12.2014г. (срок действия договора - бессрочный),
7. Договор Антивирус Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – Стандартный Russian Edition. 100-149 Node 1 year Educational Renewal License от 12.07.2018, лицензии 685В-МУ\05\2018 (срок действия – 1 год),
8. Автоматизированная система тестирования Indigo Договор № Д53783/2 от 02.11.2015 (срок действия бессрочный, 1 год технической поддержки),
9. ПО FoxitPhantomPDF Стандарт, 1 лицензия, бессрочная, дата приобретения 05.05.2016г.

Обучающиеся обеспечены доступом (удаленным доступом) к современным профессиональным базам данных и информационно-справочным системам:

- 1) Научная электронная библиотека e-LIBRARY. Режим доступа: <http://www.e-library.ru/>.
- 2) Справочно-поисковая система Консультант Плюс – ООО «КонсультантКиров».
- 3) «Электронно-библиотечная система Кировского ГМУ». Режим доступа: <http://elib.kirovgma.ru/>.
- 4) ЭБС «Консультант студента» - ООО «ИПУЗ». Режим доступа: <http://www.studmedlib.ru>.
- 5) ЭБС «Университетская библиотека онлайн» - ООО «НексМедиа». Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>.
- 6) ЭБС «Консультант врача» - ООО ГК «ГЭОТАР». Режим доступа: <http://www.rosmedlib.ru/>
- 7) ЭБС «Айбукс» - ООО «Айбукс». Режим доступа: <http://ibooks.ru>.

#### **4.5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

В процессе преподавания дисциплины используются следующие специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа – каб. №3 -702, каб. №№ 1-411, 3-803,ю 3-819
- учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа – каб. №№ 3-522а, 3-523, 3-525
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций – каб. . №№ 3-522а, 3-523, 3-525
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации – каб. . №№ 3-522а, 3-523, 3-525, 3-414, 1-307, 1-404.
- помещения для самостоятельной работы – каб. №№ 3-516, 3-414
- помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования – каб. №№ 3-516, 3-517, 3-520.

Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие рабочей программе дисциплины.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

#### **Раздел 5. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины**

Процесс изучения дисциплины предусматривает: контактную (работа на лекциях и практических занятиях) и самостоятельную работу.

Основное учебное время выделяется на приобретение практических навыков и анализ физического процесса.

В качестве основных форм организации учебного процесса по дисциплине выступают классические лекционные (с элементами проблемных) и практические занятия (с использованием интерактивных технологий обучения), а также самостоятельная работа обучающихся.

При изучении учебной дисциплины обучающимся необходимо освоить практические умения по решению типовых задач, измерению физических величин и работе с приборами и установками в соответствии с предлагаемыми инструкциями.

При проведении учебных занятий кафедра обеспечивает развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (путем проведения интерактивных лекций, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализа ситуаций и имитационных моделей, преподавания дисциплины (модуля) в форме курса, составленного на основе результатов научных исследований, проводимых Университетом, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности вы-

пускников и потребностей работодателей).

### **Лекции:**

Классическая лекция. Рекомендуется при изучении всех тем лекций. На лекциях излагаются тем дисциплины, предусмотренных рабочей программой, акцентируется внимание на наиболее принципиальных и сложных вопросах дисциплины, устанавливаются вопросы для самостоятельной проработки. Конспект лекций является базой при подготовке к практическим занятиям, зачету, а также для самостоятельной работы.

Изложение лекционного материала рекомендуется проводить в мультимедийной форме. Смысловая нагрузка лекции смещается в сторону от изложения теоретического материала к формированию мотивации самостоятельного обучения через постановку проблем обучения и показ путей решения профессиональных проблем в рамках той или иной темы. При этом основным методом ведения лекции является метод проблемного изложения материала.

### **Практические занятия:**

Практические занятия по дисциплине проводятся с целью приобретения практических навыков в области решения типовых задач, измерения физических величин и работы с приборами и установками в соответствии с предлагаемыми инструкциями.

Практические занятия проводятся в виде собеседований, обсуждений, дискуссий в микрогруппах, демонстрации наглядных пособий, отработки практических навыков на лабораторном оборудовании, решения типовых и ситуационных задач, тестовых заданий.

Практическое занятие способствует более глубокому пониманию теоретического материала учебной дисциплины, а также развитию, формированию и становлению различных уровней составляющих профессиональной компетентности обучающихся.

При изучении дисциплины используются следующие формы практических занятий:

#### - семинар традиционный по темам:

Геометрический и физический смысл производной.

Применение дифференциальных уравнений для моделирования процессов.

#### - практикум по решению задач по темам:

Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений.

Комплексные числа.

Свойства функций. Предел и непрерывность функции.

Производная. Дифференциал.

Исследование функций

Функция нескольких переменных. Полный дифференциал

Первообразная. Неопределенный интеграл.

Определенный интеграл

Дифференциальные уравнения 1-го и 2-го порядка

Разложение функций в ряд

#### - конференция-семинар по теме:

Основы аналитической геометрии и векторной алгебры

- итоговые занятия проводятся в форме письменной проверочной работы (демонстрация практических навыков) и текущего тестирования (на бумажном носителе или в компьютерном классе).

### **Самостоятельная работа**

Самостоятельная работа студентов подразумевает подготовку по всем разделам дисциплины «Математический анализ» и включает подготовку к занятиям, к демонстрации практических навыков (решению типовых и ситуационных задач), к тестированию, подготовку рефератов.

Работа с учебной литературой рассматривается как вид учебной работы по дисциплине и выполняется в пределах часов, отводимых на её изучение (в разделе СРС). Ориентиром для изучения по содержанию и объему материала служат вопросы для собеседования по темам занятий и вопросы промежуточного собеседования. Каждый обучающийся обеспечен доступом к библиотечным фондам университета и кафедры. Написание реферата способствует формированию навыков использования учебной и научной литературы, глобальных информационных ресурсов, способствует формированию абстрактного мышления, способности к анализу и синтезу. Работа обучающегося в группе формирует чувство коллективизма и коммуникабельность.

Исходный уровень знаний обучающихся определяется тестированием, собеседованием.

Текущий контроль освоения дисциплины проводится в форме решения типовых и ситуационных задач, тестового контроля, выполнения проверочных работ, рефератов.

В конце изучения дисциплины проводится промежуточная аттестация с использованием тестового контроля, проверки практических умений, собеседования.

Вопросы по дисциплине включены в государственную итоговую аттестацию выпускников.

## **Раздел 6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (приложение А)**

Изучение дисциплины следует начинать с проработки данной рабочей программы, методических указаний, прописанных в программе, особое внимание уделяется целям, задачам, структуре и содержанию дисциплины.

Успешное изучение дисциплины требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с базовыми учебниками, основной и дополнительной литературой. Лекции имеют в основном обзорный характер и нацелены на освещение наиболее трудных вопросов, а также призваны способствовать формированию навыков работы с научной литературой. Предполагается, что обучающиеся приходят на лекции, предварительно проработав соответствующий учебный материал по источникам, рекомендуемым программой.

Основным методом обучения является самостоятельная работа студентов с учебно-методическими материалами, научной литературой, Интернет-ресурсами.

Правильная организация самостоятельных учебных занятий, их систематичность, целесообразное планирование рабочего времени позволяют обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивать высокий уровень успеваемости в период обучения, получить навыки повышения профессионального уровня

Основной формой промежуточного контроля и оценки результатов обучения по дисциплине является экзамен. На экзамене обучающиеся должны продемонстрировать не только теоретические знания, но и практические навыки, полученные на практических занятиях.

Постоянная активность на занятиях, готовность ставить и обсуждать актуальные проблемы дисциплины - залог успешной работы и положительной оценки.

Подробные методические указания к практическим занятиям и внеаудиторной самостоятельной работе по каждой теме дисциплины представлены в приложении А.

## **Раздел 7. Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся дисциплине (приложение Б)**

Оценочные средства – комплект методических материалов, нормирующих процедуры оценивания результатов обучения, т.е. установления соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

ОС как система оценивания состоит из следующих частей:

1. Перечня компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.
2. Показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.
3. Типовых контрольных заданий и иных материалов.
4. Методических материалов, определяющих процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта профессиональной деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине представлены в приложении Б.

**Приложение А к рабочей программе дисциплины**

**Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины  
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

Специальность 30.05.01 Медицинская биохимия  
Направленность (профиль) ОПОП – Медицинская биохимия  
(очная форма обучения)

**Раздел 1. Введение в высшую математику**

**Тема 1.1. Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений.**

**Цель изучения раздела:** способствовать формированию системы теоретических знаний по представлению числовой информации в матричной форме, позволяющей применять алгебраические преобразования к массивам данных и представлять закономерности в виде матричных уравнений.

**Задачи:**

- Рассмотреть сферу применения линейной алгебры в практической деятельности
- Сформировать представление о роли и возможности применения методов линейной алгебры в практической деятельности
- Изучить понятия линейной алгебры
- Обучить студентов решению ситуационных задач с применением методов линейной алгебры.

**Обучающийся должен знать:** основные операции над матрицами, методы решения систем линейных уравнений;

**Обучающийся должен уметь:** выполнять основные операции над матрицами, решать системы линейных уравнений различными методами,

**Обучающийся должен владеть:** навыками по представлению числовой информации в матричной форме и практической интерпретации результатов, полученных в результате проведения операций с матрицам, навыками решения систем линейных уравнений.

**Самостоятельная аудиторная работа студентов**

**1. Ответить на вопросы по теме занятия:**

- 1) Дать определение матрицы.
- 2) Виды матриц.
- 3) Действия над матрицами.
- 4) Тождественные преобразования матриц.
- 5) Транспонирование матриц.
- 6) Обратная матрица.
- 7) Определитель матрицы.
- 8) Способы вычисления определителей.
- 9) Минор элемента матрицы (определителя). Алгебраическое дополнение элемента матрицы (определителя).
- 10) Какие уравнения называются линейными?
- 11) Какая совокупность уравнений называется системой?
- 12) Что является решением линейного уравнения?
- 13) Что является решением системы линейных уравнений (СЛУ)?
- 14) Могут ли различные методы решения систем линейных уравнений (метод Крамера и метод обратной матрицы) дать различные ответы?
- 15) Совместная система  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными записана в матричной форме:  $AX = B$ . Будут ли решениями оба набора из  $n$  чисел:  $A^{-1}B$  и  $B^T A^{-1}$ ?
- 16) В системе  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными поменяли местами два уравнения. Изменятся ли формы записи решения с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера? Изменится ли общее решение?



17) Доказать, что формулы Крамера являются другой формой записи решения  $X = A^{-1}B$  системы линейных уравнений  $AX = B$ .

## **2. Практическая работа на занятии**

### **2.1. Выполнение практических заданий (решение задач) под руководством преподавателя:**

1. Выполнить следующие задания для матрицы:

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$$

- Привести матрицу к треугольному виду;
- Привести матрицу к каноническому виду;
- Вычислить определитель матрицы двумя способами;
- Найти матрицу, обратную к данной матрице.

2. Решить СЛУ  $\begin{cases} -3x_1 + 4x_2 + x_3 = 17 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ -2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 8 \end{cases}$  :

- а) методом Гаусса;  
б) методом Крамера;  
в) матричным методом.

### **2.2. Самостоятельная групповая работа с контролем (проверкой) выполнения задания:**

1. Выполнить следующие задания для матриц:

1)  $\begin{pmatrix} -1 & 9 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \\ 3 & 7 & 8 \end{pmatrix}$

2)  $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -7 & -1 & 8 \\ 2 & 6 & 9 \end{pmatrix}$

- Привести матрицу к треугольному виду;
- Привести матрицу к каноническому виду;
- Вычислить определитель матрицы двумя способами;
- Найти матрицу, обратную к данной матрице.

2. Решить СЛУ  $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 10 \\ -3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 8 \\ 5x_1 + 2x_2 + 8x_3 = -1 \end{cases}$  :

- а) методом Гаусса;  
б) методом Крамера;  
в) матричным методом.

### **2.3. Индивидуальная самостоятельная работа (отработка практических навыков):**

1. Выполнить следующие задания для матриц:

1)  $\begin{pmatrix} -3 & 7 & 9 \\ 2 & 6 & 4 \\ 5 & 8 & 1 \end{pmatrix}$

2)  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -2 & 3 & 2 \\ 5 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

- Привести матрицу к треугольному виду;
- Привести матрицу к каноническому виду;
- Вычислить определитель матрицы двумя способами;
- Найти матрицу, обратную к данной матрице.

2. Решить СЛУ  $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ 2x_1 + 6x_2 + 4x_3 = -6 \\ 3x_1 + 10x_2 + 8x_3 = -8 \end{cases}$  :

- а) методом Гаусса;  
 б) методом Крамера;  
 в) матричным методом.

3. Решить СЛУ методом Гаусса. Указать общее и одно частное решение

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 4x_4 = -2 \\ -5x_1 + 8x_2 - 4x_3 + 12x_4 = -4 \\ 4x_1 - 7x_2 + 5x_3 - 12x_4 = -1 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 = -3 \end{cases}$$

#### 2.4. Решение ситуационных задач:

Задание 1. Имеются данные о расходе трех компонентов (в г) для приготовления 1 кг трех сортов шоколада:

Компонент\Сорт	«Аленка»	«Гвардейский»	«Сладко»
Какао-бобы	200	350	150
Сахар	100	50	150
Сухое молоко	250	100	200

По этим данным составлена матрица  $A$ . Известно, что изготовлено 3кг, 2 кг и 4 кг этих сортов шоколада соответственно. Составьте матрицу  $B$ , содержащую сведения об объемах производства. Можно ли найти произведение  $AB$  или  $AB^T$ ? Какой смысл будут иметь элементы полученной матрицы?

Задание 2. Укажите даты рождения 10 студентов Вашей группы. Изобразите с помощью матрицы отношение "старше" между ними. Охарактеризуйте эту матрицу.

Задание 3. Укажите места проживания 10 студентов Вашей группы. Изобразите с помощью матрицы отношение "проживают в одном городе (регионе)" между ними. Охарактеризуйте эту матрицу.

- Задание 4. Имеются 3 пищевые добавки, содержащие 5 видов полезных веществ. Можно ли представить в виде матриц информацию о количестве пищевых добавок и количестве содержащихся в них веществ (какую они будут иметь размерность)? Как с помощью этих матриц определить общий объем каждого полезного вещества в этих добавках?

Задание 5. Предприятие выпускает два вида продукции А и В, для производства которых используется сырье только трех видов.

Для изготовления единицы изделия А требуется затратить сырья каждого вида в количестве  $a_1, a_2, a_3$  кг соответственно, а для единицы изделия В – в количестве  $b_1, b_2, b_3$  кг.

Производство обеспечено сырьем каждого вида в количестве  $p_1, p_2, p_3$  кг соответственно.

Стоимость единицы изделия А составляет  $\alpha$  тыс. руб., а изделия В –  $\beta$  тыс. руб.

Составить план производства (матрицу и систему уравнений) изделий А и В, который обеспечит максимальную прибыль от готовой продукции.

Показатель	Изделие А	Изделие В	Запасы сырья, кг
План выпуска	$X_1$	$X_2$	
Расход 1 сырья, кг	$a_1 = 2$	$b_1 = 5$	$p_1 = 432$
Расход 2 сырья, кг	$a_2 = 3$	$b_2 = 4$	$p_2 = 424$
Расход 3 сырья, кг	$a_3 = 5$	$b_3 = 3$	$p_3 = 582$
Стоимость, тыс. руб.	$\alpha = 34$	$\beta = 50$	

#### Самостоятельная внеаудиторная работа обучающихся по теме:

Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля

- Если матрицы А и В можно умножать, следует ли из этого, что их можно складывать?
- Если матрицы А и В можно складывать, следует ли из этого, что их можно умножать?
- Можно ли умножать квадратную матрицу на неквадратную?
- Может ли произведение неквадратных матриц быть квадратной матрицей?

5. Может ли при умножении нулевых матриц получиться нулевая матрица?
6. Могут ли совпадать матрицы  $A$  и  $A^T$ ?
7. Как выглядит матрица  $(A^T)^T$ ?
8. Верно ли равенство  $(A + B)^T = A^T + B^T$ ?
9. Верно ли равенство  $(A + E)(A - E) = A^2 - E$ ?
10. Верно ли равенство  $(A + E)^2 = A^2 + 2A + E$ ?
11. Верно ли равенство  $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$ ?
12. Верно ли равенство  $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ ?
13. Могут ли быть эквивалентными матрицы с различным количеством строк? столбцов?
14. Обязательно ли существует произведение  $BA$ , если  $AB = E$ ?
15. Может ли нулевая матрица быть эквивалентной не нулевой матрице?
16. Может ли быть произведение матриц быть числом?
17. Как изменится произведение матриц  $A$  и  $B$ , если переставить  $i$ -ю и  $j$ -ю строки матрицы  $A$ ?
18. Как изменится произведение матриц  $A$  и  $B$ , если к  $i$ -й строке матрицы  $A$  прибавить  $j$ -ю строку, умноженную на число  $c$ ?
19. Как изменится произведение матриц  $A$  и  $B$ , если переставить  $i$ -й и  $j$ -й столбы матрицы  $B$ ?
20. Как изменится произведение матриц  $A$  и  $B$ , если к  $i$ -му столбцу матрицы  $B$  прибавить  $j$ -й столбец, умноженный на число  $c$ ?
21. Всегда ли определитель суммы матриц равен сумме их определителей?
22. Привести пример таких матриц, что определитель их суммы равен сумме их определителей.
23. Привести пример двух таких матриц, что определитель их суммы равен сумме их определителей, причем ни один из трех определителей не равен нулю.
24. Может ли определитель изменить знак на противоположный при транспонировании матрицы?
25. Как изменится определитель 3-го порядка, если его строки переставить местами следующим образом: первую – на место второй, вторую – на место третьей, третью – на место первой?
26. Могут ли различные методы решения систем линейных уравнений (метод Крамера и метод обратной матрицы) дать различные ответы?
27. Совместная система  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными записана в матричной форме:  $AX = B$ . Будут ли решениями оба набора из  $n$  чисел:  $A^{-1}B$  и  $B^T A^{-1}$ ?
28. В системе  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными поменяли местами два уравнения. Изменятся ли формы записи решения с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера? Изменится ли общее решение?
29. Доказать, что формулы Крамера являются другой формой записи решения  $X = A^{-1}B$  системы линейных уравнений  $AX = B$ .
30. К системе линейных уравнений с  $n$  неизвестными дописали произвольное уравнение с  $n$  неизвестными. Как при этом изменится множество решений системы?
31. Из несовместной системы линейных уравнений удалили какое-то одно уравнение. Будет ли полученная система совместной?
32. Множество решений двух систем линейных уравнений совпадают. Равны ли расширенные матрицы этих систем? Равны ли ранги этих матриц?
33. Могут ли быть эквивалентными две системы линейных уравнений с одинаковым числом неизвестных, но с разным числом уравнений?
34. Что можно сказать о множестве решений системы линейных уравнений, если ранг  $r(A)$  матрицы этой системы и ранг  $r(A|B)$  расширенной матрицы равны нулю?
35. Что можно сказать о множестве решений системы линейных уравнений с матрицей  $A$  и расширенной матрицей  $(A|B)$ ,  $r(A) > r(A|B)$ ?

### 3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля :

1. Определителем называется число, которое:
  - 1) Находится по данным таблицы на пересечении определенных строки и столбца.
  - 2) Задается квадратной таблицей – таблицей, содержащей одинаковое число строк и столбцов, и вычисляется по определенному правилу.
  - 3) Задается прямоугольной таблицей – таблицей, содержащей любое число строк и столбцов, и вычисляется по определенному правилу.
2. Определители различаются порядком, который определяется их размером, т.е.
  - 1) Количеством строк или столбцов.
  - 2) Только количеством строк.
  - 3) Только количеством столбцов.
  - 4) Суммарным количеством строк и столбцов.

3. Определитель 2 (второго) порядка записывается следующим образом:

$$1) \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{vmatrix}$$

$$2) \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

$$3) \Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{vmatrix}$$

4. Определитель 2 (второго) порядка вычисляется следующим образом:

$$1) \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} + a_{21}a_{12}.$$

$$2) \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{12} - a_{21}a_{22}.$$

$$3) \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}.$$

5. Минором  $M_{ij}$  элемента  $a_{ij}$  определителя  $n$ -го порядка называется:

1) Определитель  $(n+1)$ -го порядка, полученный из данного определителя вычеркиванием  $i$ -ой строки и  $j$ -го столбца, на пересечении которых стоит элемент  $a_{ij}$ .

2) Определитель  $(n-1)$ -го порядка, полученный из данного определителя вычеркиванием  $i$ -ой строки и  $j$ -го столбца, на пересечении которых стоит элемент  $a_{ij}$ .

3) Определитель  $(n+1)$ -го порядка, полученный из данного определителя добавлением  $i$ -ой строки и  $j$ -го столбца.

6. Алгебраическим дополнением элемента  $a_{ij}$  называется число:

$$1) A_{ij} = (a_{ij})^{i+j} \cdot M_{ij}.$$

$$2) A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}.$$

$$3) A_{ij} = (-n)^{i+j} \cdot M_{ij}.$$

7. Матрицей называется такая таблица, в которой:

1) Число строк и столбцов могут быть разными.

2) Число строк должно быть равным числу столбцов.

3) Число строк должно быть больше числа столбцов.

8. Таблица, задающая матрицу записывается:

1) В квадратных скобках.

2) В прямых скобках.

3) В круглых скобках.

4) В фигурных скобках.

9. Квадратной называется матрица, у которой:

1) Число строк равно числу столбцов.

2) Таблица записана в квадратных скобках.

10. Нулевой называется матрица, у которой:

1) Все элементы равны между собой.

2) Все элементы равны нулю.

3) Все элементы, стоящие по диагонали равны нулю.

11. Единичной называется матрица  $E$ , у которой:

1) Все элементы равны между собой.

2) Все элементы равны единице.

3) Все элементы, стоящие по диагонали равны единице.

12. Если матрица содержит только одну строку, то она называется:

1) Единичной матрицей.

2) Матрицей – строкой.

- 3) Матрицей первого порядка.
13. Если матрица содержит только один столбец, то она называется:
- 1) Единичной матрицей.
  - 2) Матрицей – столбцом.
  - 3) Матрицей первого порядка.
14. Для транспонирования матрицы необходимо:
- 1) Поменять местами строки и столбцы.
  - 2) Поменять знаки у всех элементов на противоположные.
  - 3) Поменять элементы на противоположные им значения.
15. Матрица  $A^{-1}$  называется обратной для матрицы  $A$ , если:
- 1) Их произведение равно нулевой матрице  $A^{-1}A=0$ .
  - 2) Их произведение равно диагональной матрице.
  - 3) Их произведение равно единичной матрице  $A^{-1}A=E$ .
16. Рангом матрицы  $A$  (rang  $A$ ) называется:
- 1) Число ненулевых строк, оставшихся в ступенчатой матрице после элементарных преобразований.
  - 2) Число нулевых строк, получившихся в ступенчатой матрице после элементарных преобразований.
  - 3) Число единичных строк, оставшихся в ступенчатой матрице после элементарных преобразований.

17. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \end{vmatrix}$ :

- 1). 8;
- 2). -8;
- 3). -23;
- 4). 23.

18. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -2 & -5 \end{vmatrix}$ :

- 1). 0;
- 2). -20;
- 3). 20;
- 4). 100.

19. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 0 & 4 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 2 & -8 & 6 & 0 \end{vmatrix}$ :

- 1). 40;
- 2). -280;
- 3). 280;
- 4). -40

20. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & -3 \end{vmatrix}$ :

- 1). 0;
- 2). -2;
- 3). 2;
- 4). 20.

**Эталоны правильных ответов:**

№ вопроса	№ ответа	№ вопроса	№ ответа
1	2	11	3
2	1	12	2
3	2	13	2
4	3	14	1
5	2	15	3

6	2	16	1
7	1	17	3
8	3	18	3
9	1	19	2
10	2	20	1

1. Уравнение называется линейным, если:

- 1) Оно представляет собой уравнение прямой линии.
- 2) В нем нет дробных коэффициентов.
- 3) Вес неизвестные, входящие в него имеют только первую степень.

2. Матрицей  $A$  системы линейных уравнений называется матрица, составленная:

- 1) Из неизвестных.
- 2) Из свободных членов.
- 3) Из коэффициентов при неизвестных.

3. Расширенной матрицей  $A^*$  называется матрица, к которой добавлен столбец, состоящий:

- 1) Из неизвестных.
- 2) Из свободных членов.
- 3) Из нулей.

4. Система  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными является совместной и имеет единственное решение, если:

- 1)  $\text{rang}A = \text{rang}A^* = n$ .
- 2)  $\text{rang}A = \text{rang}A^* = k < n$ .
- 3)  $\text{Rang}A < \text{rang}A^*$ .

5. Система  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными является совместной и имеет множество решений, если:

- 1)  $\text{rang}A = \text{rang}A^* = n$ .
- 2)  $\text{rang}A = \text{rang}A^* = k < n$ .
- 3)  $\text{Rang}A < \text{rang}A^*$ .

6. Система  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными является несовместной и не имеет решения, если:

- 1)  $\text{rang}A = \text{rang}A^* = n$ .
- 2)  $\text{rang}A = \text{rang}A^* = k < n$ .
- 3)  $\text{Rang}A < \text{rang}A^*$ .

7. При решении системы линейных уравнений матричным методом матрица неизвестных  $X$  находится по правилу:

- 1)  $X = A^{-1} \cdot H$ , где  $H$  - матрица свободных членов,  $A^{-1}$  - матрица, обратная матрице системы.
- 2)  $X = A^* \cdot H$ , где  $H$  - матрица свободных членов,  $A^*$  - расширенная матрица системы.
- 3)  $X = A^T \cdot H$ , где  $H$  - матрица свободных членов,  $A^T$  - транспонированная матрица системы.

8. По методу Крамера решение системы 3 линейных уравнений с 3 неизвестными имеет вид:

$$1). \quad x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta}, \quad z = \frac{\Delta_z}{\Delta}, \quad \text{где } \Delta - \text{ главный определитель системы,}$$

$\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$  - дополнительные определители, полученные из главного путем замены 1, 2 или 3 столбца, соответственно, столбцом неизвестных.

$$2). \quad x = \frac{\Delta}{\Delta_x}, \quad y = \frac{\Delta}{\Delta_y}, \quad z = \frac{\Delta}{\Delta_z}, \quad \text{где } \Delta - \text{ главный определитель системы,}$$

$\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$  - дополнительные определители, полученные из главного путем замены 1, 2 или 3 столбца соответственно столбцом свободных членов.

$$3). \quad x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta}, \quad z = \frac{\Delta_z}{\Delta}, \quad \text{где } \Delta - \text{ главный определитель системы,}$$

$\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$  - дополнительные определители, полученные из главного путем замены 1, 2 или 3 столбца соответственно столбцом свободных членов.

9. Исследовать на совместимость систему 
$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 5 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ 2x + y + 3z = 11 \end{cases}$$

- 1).  $\text{rang}A = \text{rang}A^* = n$ , система совместна.
- 2).  $\text{rang}A = \text{rang}A^* = k$ , система совместна.
- 3).  $\text{rang}A = \text{rang}A^* = k$ , система не совместна.
- 4).  $\text{rang}A = \text{rang}A^* = n$ , система не совместна.

10. Найти ранг матрицы: 
$$\begin{cases} 2x - y - z = 4 \\ 3x + 4y - 2z = 1: 1) \text{rang}A=3 \quad 2) \text{rang}A=2 \quad 3) \text{rang}A=1 \\ 3x - 2y + 4z = 1 \end{cases}$$

**Эталоны правильных ответов:**

№ вопроса	№ ответа	№ вопроса	№ ответа
1	2	6	3
2	1	7	2
3	2	8	2
4	3	9	1
5	2	10	3

**4) Выполнить практические задания:**

1. Выполнить следующие задания для матриц 1 - 5:

- Привести матрицу к треугольному виду;
- Привести матрицу к каноническому виду;
- Вычислить определитель матрицы двумя способами;
- Найти матрицу, обратную к данной матрице.

1)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 6 \\ 3 & 2 & -2 \\ 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ 4 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -2 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} 6 & -1 & 1 \\ 4 & 6 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -6 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

2. Решить СЛУ методом Гаусса. Указать общее и одно частное решение.

1) 
$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 = -1 \\ -4x_1 + 13x_3 + x_4 = -10 \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 6 \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 = -8 \end{cases}$$
    2) 
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -3 \\ -x_1 - 3x_2 + 2x_4 = -3 \\ x_1 - 4x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 6 \end{cases}$$

2. Решить СЛУ а) методом Гаусса; б) методом Крамера; в) матричным методом.

**5) Написать реферат**

1. Способы нахождения обратной матрицы.

**Рекомендуемая литература:**

Основная литература

- И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Методические указания для самостоятельной работы/ О.Л. Короткова, (рук.)
- Сборник тестовых заданий для промежуточного и текущего тестирования «Математический анализ. Вопросы тестового контроля: учебно-методическое пособие»/О.Л. Короткова, (рук.)

**Раздел 1. Введение в высшую математику**

**Тема 1.2. Основы аналитической геометрии и векторной алгебры**

**Цель изучения раздела:** способствовать формированию системы теоретических знаний по представлению числовой информации в матричной форме, позволяющей применять алгебраические преобразования к массивам данных и представлять закономерности в виде матричных уравнений.

**Задачи:**

- Рассмотреть сферу применения аналитической геометрии в практической деятельности
- Сформировать представление о роли и возможности применения аналитической геометрии в практической деятельности
- Изучить понятия аналитической геометрии:
- Обучить студентов решению ситуационных задач с применением методов аналитической геометрии.

**Обучающийся должен знать:** основные понятия аналитической геометрии;

**Обучающийся должен уметь:** выполнять основные операции в практической деятельности **Обучающийся должен владеть:** навыками решения типовых задач аналитической геометрии и их применения при решении ситуационных в практической деятельности.

### Самостоятельная аудиторная работа студентов

#### 1. Ответить на вопросы по теме занятия

1. Сформулировать определение линии.
2. Что такое текущие координаты?
3. Как найти точки пересечения двух линий?
4. Записать уравнение окружности данного радиуса с центром: а) в начале координат; б) в произвольной точке.
5. Как, имея уравнение окружности, написать уравнения ее левой, правой, нижней и верхней полуокружностей?
6. Что такое угловой коэффициент прямой?
7. Перечислить и записать основные уравнения прямой (на плоскости).
8. Как найти угловой коэффициент прямой, заданной: а) двумя известными ее точками; б) ее общим уравнением.
9. Сформулировать необходимое и достаточное условие параллельности двух прямых.
10. Сформулировать необходимое и достаточное условие перпендикулярности двух прямых.
11. Сформулировать определение эллипса, написать его каноническое уравнение, указать координаты фокусов и вершин, написать формулу для нахождения эксцентриситета. Изобразить эллипс.
12. Тот же вопрос для гиперболы
13. Дать определение параболы, написать ее каноническое уравнение

#### 2. Практическая часть

##### 2.1. Задачи для решения под руководством преподавателя

1. Дан параллелограмм ABCD, три вершины которого заданы (табл.1, №1). Найти четвертую вершину и острый угол параллелограмма.
2. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A, B, C (табл.2., №1) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.
3. Найти угол между плоскостью  $\alpha$  и прямой, проходящей через начало координат и точку M (табл.3., №1). Вычислить расстояние от точки M до плоскости  $\alpha$ .
4. написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки M на прямую  $\ell$  (табл.4., №1).
5. Построить кривые по заданным уравнениям (табл.5., №1)

##### 2.2. Задачи для группового решения (с проверкой у доски)

1. Дан параллелограмм ABCD, три вершины которого заданы (табл.1, №2). Найти четвертую вершину и острый угол параллелограмма.
2. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A, B, C (табл.2., №2) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.
3. Найти угол между плоскостью  $\alpha$  и прямой, проходящей через начало координат и точку M (табл.3., №2). Вычислить расстояние от точки M до плоскости  $\alpha$ .
4. написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки M на прямую  $\ell$  (табл.4., №2).
5. Построить кривые по заданным уравнениям (табл.5., №2)

##### 2.3. Задачи для индивидуальной работы

1. Дан параллелограмм ABCD, три вершины которого заданы (табл.1, №3). Найти четвертую вершину и острый угол параллелограмма.
2. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A, B, C (табл.2., №3) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.



3. Найти угол между плоскостью  $\alpha$  и прямой, проходящей через начало координат и точку  $M$  (табл.3., №3). Вычислить расстояние от точки  $M$  до плоскости  $\alpha$ .
4. написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки  $M$  на прямую  $\ell$  (табл.4., №3).
5. Построить кривые по заданным уравнениям (табл.5., №3)

Таблица 1. Варианты задания

Вариант	A	B	C
1	(-1; -2; 3)	(-4; 1; 2)	(5; 2; 7)
2	(1; 2; 3)	(3; -4; -2)	(-4; -3; 2)
3	(2; -3; -1)	(-3; 5; 3)	(4; 3; -4)
4	(3; -4; 2)	(-5; 2; -3)	(-1; 7; -2)
5	(-5; 2; 4)	(-3; -4; 2)	(6; -3; -3)
6	(-4; -3; 5)	(2; -5; 6)	(-2; 3; -5)
7	(4; 2; -3)	(-5; 6; -4)	(-2; -3; 4)
8	(-4; 5; -2)	(-1; -5; -8)	(3; -2; 4)
9	(-5; -3; -2)	(3; -4; -5)	(4; 2; 3)
10	(-3; 2; 6)	(-4; -5; -2)	(1; -3; -5)

Таблица 3. Варианты задания 3.

Вариант	M	$\alpha$
1	(2; -1; 3)	$3x - y + 2z - 4 = 0$
2	(2; -2; 4)	$x - 3y + 5z - 10 = 0$
3	(-4; 5; -1)	$4x + y - 2z + 5 = 0$
4	(-3; 2; 1)	$2x - y + z + 5 = 0$
5	(2; 3; 1)	$5x + 2y - z - 3 = 0$
6	(-3; -2; 4)	$7x + y + 5z - 2 = 0$
7	(2; 5; -3)	$2x - y + 3z + 14 = 0$
8	(-4; -3; -5)	$x - 3y + 2z - 4 = 0$
9	(4; -3; -2)	$3x + y - 5z + 1 = 0$
10	(4; 1; 3)	$x + 2y + 3z - 6 = 0$

Таблица 2. Варианты задания 2.

Вариант	A	B	C
1	(3; 4)	(2; -1)	(1; -7)
2	(-4; -5)	(3; 3)	(5; -2)
3	(-3; 5)	(4; -3)	(-2; -4)
4	(3; -2)	(-5; -4)	(-1; 6)
5	(2; 5)	(-3; 4)	(-4; -2)
6	(-3; 2)	(-2; -5)	(6; -1)
7	(-6; -4)	(3; -7)	(1; 2)

Таблица 4. Варианты задания 4.

Вариант	M	$\ell$
1	(3; 2; 1)	$\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-2}$
2	(2; -1; 3)	$\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$
3	(1; -3; -2)	$\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-2}{3}$
4	(-4; 2; -3)	$\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-1}$
5	(-4; 5; 2)	$\frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{3}$
6	(-2; -4; 5)	$\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{2}$
7	(3; 5; -2)	$\frac{x+3}{3} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+1}{2}$

Вариант	Уравнения
1	$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25} = 1$ $y^2 = 9x$
2	$(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 4$ $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{4} = 1$ $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ $y^2 = 7x$
3	$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$ $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ $y^2 = 5x$

Таблица 5. Варианты задания 5.

4	$(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 25$ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{25} = 1$ $y^2 = 16x$
5	$(x + 3)^2 + (y + 3)^2 = 4$ $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$ $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1$ $y^2 = 3x$
6	$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1$ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ $y^2 = 4x$

### Самостоятельная внеаудиторная работа студентов

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля и для собеседования:

1. дать определение линии.
2. Что такое текущие координаты?
3. Как найти точки пересечения двух линий?
4. Записать уравнение окружности данного радиуса с центром: а) в начале координат; б) в произвольной точке.
5. Как, имея уравнение окружности, написать уравнения ее левой, правой, нижней и верхней полуокружностей?
6. Что такое угловой коэффициент прямой?
7. Перечислить и записать основные уравнения прямой (на плоскости).
8. Как найти угловой коэффициент прямой, заданной: а) двумя известными ее точками; б) ее общим уравнением.
9. Сформулировать необходимое и достаточное условие параллельности двух прямых.
10. Сформулировать необходимое и достаточное условие перпендикулярности двух прямых.
11. Сформулировать определение эллипса, написать его каноническое уравнение, указать координаты фокусов и вершин, написать формулу для нахождения эксцентриситета. Изобразить эллипс.
12. Тот же вопрос для гиперболы
13. Дать определение параболы, написать ее каноническое уравнение

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля.

#### АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. В прямоугольной системе координат на плоскости ( $xOy$ ) горизонтальную ось называют осью:
  - 1) Абсцисс.
  - 2) Ординат.
  - 3) Апликат.
2. В прямоугольной системе координат на плоскости ( $xOy$ ) вертикальную ось называют осью:
  - 1) Абсцисс.
  - 2) Ординат.
  - 3) Апликат.

3. В прямоугольной системе координат на плоскости ( $xOy$ ) любую точку можно задать координатами:

1)  $(0; y)$ .

2)  $(x; 0)$ .

3)  $(x; y)$ .

4. Расстояние между любыми двумя точками плоскости можно определить по формуле:

1)  $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2}$

2)  $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

3)  $d = \sqrt{(x_2 + x_1)^2 - (y_2 + y_1)^2}$ .

5. Координаты середины отрезка между двумя точками на плоскости:

1)  $x = \begin{cases} \frac{x_1 + x_2}{2} \\ \frac{y_1 + y_2}{2} \end{cases}$

2)  $x = \begin{cases} \frac{x_1 - x_2}{2} \\ \frac{y_1 - y_2}{2} \end{cases}$

3)  $x = \begin{cases} \frac{x_1 + y_1}{2} \\ \frac{x_2 + y_2}{2} \end{cases}$

6. Уравнение прямой в общем виде записывается следующим образом:

1)  $Ax + By + C = 0$ .

2)  $y = kx + b$ .

3)  $\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} = 1$ .

7. Уравнение прямой в отрезках записывается следующим образом:

1)  $Ax + By + C = 0$ .

2)  $y = kx + b$ .

3)  $\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} = 1$ .

8. Уравнение прямой с угловым коэффициентом записывается следующим образом:

1)  $Ax + By + C = 0$ .

2)  $y = kx + b$ .

3)  $\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} = 1$ .

9. Прямая линия проходит через начало координат, если ее уравнение в общем виде можно записать как:

1)  $Ax + C = 0$ .

2)  $Ax + By = 0$ .

3)  $By + C = 0$ .

10. Прямая линия проходит параллельно оси ординат, если ее уравнение в общем виде можно записать как:

- 1)  $Ax + C = 0$ .
- 2)  $Ax + By = 0$ .
- 3)  $By + C = 0$ .

11. Прямая линия проходит параллельно оси абсцисс, если ее уравнение в общем виде можно записать как:

- 1)  $Ax + C = 0$ .
- 2)  $Ax + By = 0$ .
- 3)  $By + C = 0$ .

12. Две прямые  $y_1 = k_1x + b_1$  и  $y_2 = k_2x + b_2$  будут взаимно параллельны, если:

- 1)  $k_1 \cdot k_2 = 1$ .
- 2)  $k_1 \cdot k_2 = -1$ .
- 3)  $k_1 = k_2$ .

13. Две прямые  $y_1 = k_1x + b_1$  и  $y_2 = k_2x + b_2$  будут взаимно перпендикулярны, если:

- 1)  $k_1 \cdot k_2 = 1$ .
- 2)  $k_1 \cdot k_2 = -1$ .
- 3)  $k_1 = k_2$ .

14. Окружностью называется:

- 1) Геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от точки (центра) той же плоскости.
- 2) Геометрическое место точек плоскости, сумма расстояний которых до двух данных точек (фокусов) той же плоскости постоянна.
- 3) Геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от точки (фокуса) и от прямой (директрисы), не проходящей через данную точку, расположенных в той же плоскости.

15. Эллипсом называется:

- 1) Геометрическое место точек плоскости, сумма расстояний которых до двух данных точек (фокусов) той же плоскости постоянна.
- 2) Геометрическое место точек плоскости, абсолютное значение разности расстояний которых для двух данных точек (фокусов) той же плоскости постоянно.
- 3) Геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от точки (фокуса) и от прямой (директрисы), не проходящей через данную точку, расположенных в той же плоскости.

16. Гиперболой называется:

- 1) Геометрическое место точек плоскости, сумма расстояний которых до двух данных точек (фокусов) той же плоскости постоянна.
- 2) Геометрическое место точек плоскости, абсолютное значение разности расстояний которых для двух данных точек (фокусов) той же плоскости постоянно.
- 3) Геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от точки (фокуса) и от прямой (директрисы), не проходящей через данную точку, расположенных в той же плоскости.

17. Параболой называется:

- 1) Геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от точки (центра) той же плоскости.
- 2) Геометрическое место точек плоскости, сумма расстояний которых до двух данных точек (фокусов) той же плоскости постоянна.
- 3) Геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от точки (фокуса) и от прямой (директрисы), не проходящей через данную точку, расположенных в той же плоскости.

18. Уравнение окружности имеет вид:

- 1)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
- 2)  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$
- 3)  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

19. Уравнение гиперболы имеет вид:

1)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

2)  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

3)  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

20. Уравнение эллипса имеет вид:

1)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

2)  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

3)  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

21. Уравнение параболы имеет вид:

1)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

2)  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

3)  $y^2 = 2px$

22. Эксцентриситет эллипса равен:

1)  $\varepsilon = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2}$

2)  $\varepsilon = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$

3)  $x = -\frac{p}{2}$

23. Эксцентриситет гиперболы равен:

1)  $\varepsilon = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2}$

2)  $\varepsilon = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$

3)  $x = -\frac{p}{2}$

24. Директриса параболы равна:

1)  $\varepsilon = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2}$

2)  $\varepsilon = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$

3)  $x = -\frac{p}{2}$

25. Эллипсоид задается уравнением:

1)  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$

$$2) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$3) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

26. Эллиптический цилиндр задается уравнением:

$$1) x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

$$2) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$3) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

27. Сфера задается уравнением:

$$1) x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

$$2) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$3) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

28. Эллиптический конус задается уравнением:

$$1) x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

$$2) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$

$$3) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

29. Гиперболоид однополостной задается уравнением:

$$1) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

$$2) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$

$$3) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

30. Гиперболический параболоид задается уравнением:

$$1) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$$

$$2) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$3) \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z$$

## ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

1) Вектором называется

- a) направленный отрезок
- b) отрезок, имеющий определенную длину
- c) направленный отрезок, имеющий определенную длину

2) Модулем вектора называется

- a) длина вектора

- b) вектор единичной длины
  - c) вектор, начало и конец которого совпадают
- 3) Векторы, расположенные на параллельных прямых или на одной прямой называются ...
- a) коллинеарными
  - b) сонаправленными
  - c) противоположно направленными
  - d) равными
  - e) противоположными
- 4) Коллинеарные векторы одинакового направления называются...
- a) сонаправленными
  - b) противоположно направленными
  - c) равными
  - d) противоположными
- 5) Коллинеарные векторы разного направления называются...
- a) сонаправленными
  - b) противоположно направленными
  - c) равными
  - d) противоположными
- 6) Сонаправленные вектора, равные по модулю называются...
- a) противоположно направленными
  - b) равными
  - c) противоположными
- 7) Противоположно направленные вектора, равные по модулю называются...
- a) сонаправленными
  - b) равными
  - c) противоположными
- 8) Линейными операциями над векторами являются
- a) операция сложения векторов
  - b) операция вычитания векторов
  - c) операция умножения вектора на число
  - d) операция скалярного умножения двух векторов
  - e) операция векторного умножения двух векторов
  - f) операция смешанного умножения трех векторов
- 9) Нелинейными операциями над векторами являются
- d) операция сложения векторов
  - a) операция вычитания векторов
  - b) операция умножения вектора на число
  - c) операция скалярного умножения двух векторов
  - d) операция векторного умножения двух векторов
  - e) операция смешанного умножения трех векторов
- 10) Даны векторы  $\vec{a}$  и  $\alpha\vec{a}$ . При каких значениях  $\alpha$  эти векторы равны?
- a) 1
  - b) -1
  - c)  $\alpha < 0$
  - d)  $\alpha > 0$
- 11) Даны векторы  $\vec{a}$  и  $\alpha\vec{a}$ . При каких значениях  $\alpha$  эти векторы противоположны?
- a) 1
  - b) -1
  - c)  $\alpha < 0$
  - d)  $\alpha > 0$
- 12) Даны векторы  $\vec{a}$  и  $\alpha\vec{a}$ . При каких значениях  $\alpha$  эти векторы противоположно направлены?
- a) 1
  - b) -1
  - c)  $\alpha < 0$
  - d)  $\alpha > 0$
- 13) Даны векторы  $\vec{a}$  и  $\alpha\vec{a}$ . При каких значениях  $\alpha$  эти векторы сонаправлены?
- a) 1

- b) -1
- c)  $\alpha < 0$
- d)  $\alpha > 0$

14) Векторы  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$  называются линейно зависимыми, если

- a) найдутся числа  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  не все равные 0, что будет выполняться равенство  $\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \dots + \lambda_n \vec{a}_n = \vec{0}$
- b) для чисел  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  равных 0, будет выполняться равенство  $\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \dots + \lambda_n \vec{a}_n = \vec{0}$
- c) для любых чисел  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  будет выполняться равенство  $\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \dots + \lambda_n \vec{a}_n = \vec{0}$
- d) найдутся числа  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  не все равные 0, что будет выполняться равенство  $\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \dots + \lambda_n \vec{a}_n \neq \vec{0}$

15) Даны координаты точек на плоскости  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$ . Найти координаты соответствующего вектора  $\vec{AB}$

- a)  $\vec{AB}(x_1 + x_2; y_1 + y_2)$
- b)  $\vec{AB}(x_1 - x_2; y_1 - y_2)$
- c)  $\vec{AB}(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$

16) Даны координаты точек на плоскости  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$ . Найти координаты соответствующего вектора  $\vec{BA}$

- a)  $\vec{BA}(x_1 + x_2; y_1 + y_2)$
- b)  $\vec{BA}(x_1 - x_2; y_1 - y_2)$
- c)  $\vec{BA}(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$

17) Дан вектор  $\vec{AB}(x; y)$ . Его модуль можно найти из соотношения

- a)  $|\vec{AB}| = \sqrt{x^2 - y^2}$
- b)  $|\vec{AB}| = \sqrt{x^2 + y^2}$
- c)  $|\vec{AB}| = \sqrt{y^2 - x^2}$

18) Даны вектора  $\vec{AB}(x_1; y_1)$  и  $\vec{CD}(x_2; y_2)$ . Они коллинеарны тогда и только тогда, когда выполняется соотношение

- a)  $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$
- b)  $\frac{x_1}{x_2} \neq \frac{y_1}{y_2}$
- c)  $\frac{x_1}{y_2} = \frac{x_2}{y_1}$

19) Даны вектора  $\vec{AB}(x_1; y_1)$  и  $\vec{CD}(x_2; y_2)$ . Их скалярное произведение в координатной форме равно

- a)  $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2$
- b)  $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$
- c)  $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = x_1 \cdot y_1 - x_2 \cdot y_2$
- d)  $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = x_1 \cdot x_2 - y_1 \cdot y_2$
- e)  $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = x_2 \cdot y_2 - x_1 \cdot y_1$
- f)  $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = y_1 \cdot y_2 - x_1 \cdot x_2$

20) Даны вектора  $\vec{AB}$  и  $\vec{CD}$ . Их скалярное произведение по определению равно



$$a) \quad \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{CD}| \cdot \cos \angle(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$$

$$b) \quad \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{CD}| \cdot \sin \angle(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$$

$$c) \quad \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{CD}| \cdot \operatorname{tg} \angle(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$$

21) Критерий перпендикулярности ненулевых векторов

d) Перпендикулярны тогда и только тогда, когда их скалярное произведение равно 0;

e) Перпендикулярны тогда и только тогда, когда их скалярное произведение не равно 0;

f) Перпендикулярны тогда и только тогда, когда их векторное произведение равно 0;

g) Перпендикулярны тогда и только тогда, когда их векторное произведение не равно 0.

22) Три некопланарных вектора  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ , взятые в указанном порядке, образуют правую тройку, если:

a) с конца третьего вектора  $\vec{c}$  кратчайший поворот от первого вектора  $\vec{a}$  ко второму вектору  $\vec{b}$  виден совершающимся против часовой стрелки;

b) если с конца третьего вектора  $\vec{c}$  кратчайший поворот от первого вектора  $\vec{a}$  ко второму вектору  $\vec{b}$  виден совершающимся по часовой стрелке;

c) с конца третьего вектора  $\vec{a}$  кратчайший поворот от вектора  $\vec{b}$  к вектору  $\vec{c}$  виден совершающимся против часовой стрелки.

23) Из определения векторного произведения непосредственно вытекает следующее соотно-

шение между ортами  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  :

$$d) \quad \vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}, \quad \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}, \quad \vec{k} \times \vec{i} = \vec{j};$$

$$e) \quad \vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}, \quad \vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k}, \quad \vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k};$$

$$f) \quad \vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}, \quad \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}, \quad \vec{k} \times \vec{i} = \vec{j};$$

$$g) \quad \vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}, \quad \vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k}, \quad \vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}.$$

24) Если  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ , то:

$$h) \quad \vec{a} \times \vec{b} = \vec{0};$$

$$i) \quad \vec{a} \times \vec{b} = \vec{0};$$

$$j) \quad \vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$$

25) Площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равна:

$$k) \quad S_{\Delta} = 1/2 |\vec{a} \times \vec{b}|.$$

$$l) \quad S_{\Delta} = 2/|\vec{a} \times \vec{b}|.$$

$$m) \quad S_{\Delta} = |\vec{a} \times \vec{b}|.$$

26) Смешанное произведение трех векторов  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$  представляет собой:

n) Некоторый вектор;

o) Некоторое число;

p) Модуль некоторого вектора.

27) Смешанное произведение трех векторов равно:

a) объему параллелепипеда, построенного на этих векторах, взятому со знаком «минус», если эти векторы образуют правую тройку, и со знаком «плюс», если они образуют левую тройку.

b) объему пирамиды, построенной на этих векторах, взятому со знаком «плюс», если эти векторы образуют правую тройку, и со знаком «минус», если они образуют левую тройку.

c) объему параллелепипеда, построенного на этих векторах, взятому со знаком «плюс», если эти векторы образуют правую тройку, и со знаком «минус», если они образуют левую тройку.

28) Смешанное произведение векторов  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$  в координатной форме равно определителю третьего порядка, составленному из координат перемножаемых векторов по правилу:

$$a) (\vec{a} \times \vec{b})\vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix};$$

$$b) (\vec{a} \times \vec{b})\vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_z & a_y \\ b_x & b_z & b_y \\ c_x & c_z & c_y \end{vmatrix};$$

$$c) (\vec{a} \times \vec{b})\vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & b_x & c_x \\ a_y & b_y & c_y \\ a_z & b_z & c_z \end{vmatrix}.$$

**Эталоны правильных ответов:**

Аналитическая геометрия						Векторная алгебра					
№ во-проса	№ отве-та	№ во-проса	№ отве-та	№ во-проса	№ отве-та	№ во-проса	№ отве-та	№ во-проса	№ отве-та	№ во-проса	№ отве-та
1	2	11	1	21	1	1	1	11	2	21	1
2	3	12	2	22	2	2	2	12	3	22	1
3	2	13	2	23	3	3	3	13	1	23	1
4	1	14	1	24	2	4	2	14	2	24	2
5	1	15	3	25	3	5	2	15	3	25	2
6	2	16	1	26	1	6	3	16	2	26	3
7	2	17	3	27	3	7	3	17	2	27	1
8	3	18	3	28	2	8	1	18	3	28	2
9	3	19	3	29	1	9	1	19	3		
10	1	20	2	30	1	10	1	20	3		

**4) Выполнить практические задания.**

1. Дан параллелограмм ABCD, три вершины которого заданы (табл.1, №5). Найти четвертую вершину и острый угол параллелограмма.
2. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A, B, C (табл.2., №5) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.
3. Найти угол между плоскостью  $\alpha$  и прямой, проходящей через начало координат и точку M (табл.3., №5). Вычислить расстояние от точки M до плоскости  $\alpha$ .
4. Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки M на прямую  $\ell$  (табл.4., №5).
5. Построить кривые по заданным уравнениям (табл.5., №5)

**5) Написать реферат**

1. Линии второго порядка на плоскости: окружность, эллипс, парабола, гипербола.
2. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
3. Поверхности второго порядка в пространстве:
4. Линейные операции с векторами.
5. Нелинейные операции с векторами.
6. Задание вектора с помощью определителей.

**Рекомендуемая литература:**

Основная литература

- И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014

- Методические указания для самостоятельной работы/ О.Л. Короткова, (рук.)
- Сборник тестовых заданий для промежуточного и текущего тестирования «Математический анализ. Вопросы тестового контроля: учебно-методическое пособие»/О.Л. Короткова, (рук.)

## Раздел 1. Введение в высшую математику

### Тема 1.3. Комплексные числа.

**Цель изучения раздела:** способствовать формированию целостной системы теоретических знаний по вопросам представления числовых множеств.

#### Задачи:

- Рассмотреть сферу применения комплексных чисел
- Сформировать представление о роли комплексных чисел
- Изучить понятия теории комплексных чисел:
- Обучить студентов решению типовых и ситуационных задач с применением методов использования комплексных чисел.

**Обучающийся должен знать:** основные понятия теории комплексных чисел;

**Обучающийся должен уметь:** выполнять основные операции над комплексными числами;

**Обучающийся должен владеть:** навыками по представлению комплексных чисел в различной форме и действиями с комплексными числами.

### Самостоятельная аудиторная работа студентов

#### 1. Ответить на вопросы по теме занятия

Дайте определение комплексного числа.

Какие числа называются комплексно – сопряженными?

Какие комплексные числа называются равными?

Как вычислить модуль комплексного числа?

Как производятся действия над комплексными числами в алгебраической форме?

#### 2. Практическая часть

##### 2.1. Задачи для решения под руководством преподавателя

1. Отметить на плоскости точки, изображающие следующие комплексные числа:

$$-\frac{i}{2}; 1; -1 + i; \frac{3i}{-1 - i}; (-1 + 4i)^4.$$

2. Найти  $z_1 + z_2$ ;  $z_1 - z_2$ ;  $z_1 \cdot z_2$ ;  $\frac{z_1}{z_2}$ , если

1)  $z_1 = 5$ ,  $z_2 = 1 + 2i$ ;

2)  $z_1 = 3 + 2i$ ,  $z_2 = 2 + i$ ;

3)  $z_1 = -2i - 6$ ,  $z_2 = 7 + 3i$ .

3. Найти число, сопряженное данному: 1)  $6i$ ; 2)  $-4$ ; 3)  $-3 + i$ ; 4)

$(2i - 7)(-1 + 3i)$ ; 5)  $(1 + i)^2$ ; 6)  $\frac{1}{i}$ .

4. Найти число, сопряженное данному: 1)  $115i^2$ ; 2)  $-4i^5$ ; 3)  $-3 + \sqrt{5}i$ ; 4)

$(1 + i)^3 - (1 - i)^3$ ; 5)  $\frac{1 + i}{i}$ ; 6)  $\frac{1 + i}{i - 5}$ .

5. Представить число в алгебраической форме:

$$1) \frac{-4i}{3-i}; 2) (2-i\sqrt{3})^{15}; 3) \frac{(1+2i)^2}{i-1} - \frac{-i}{2+i}; 4) \frac{4}{\sqrt{3-i}} + (i-1)^3; 5) \left(\frac{i+1}{1-i}\right)^{100} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right); 6)$$

$$\frac{(-1+i)^5}{(-i-1)^3} + 2i - 7.$$

6. **Найти модуль и аргумент комплексного числа:**

$$i, -1; -2i; \sqrt{2}; -1-i; -1+i; 1+i; 1-i.$$

7. **Заданы ли следующие комплексные числа в тригонометрической форме:**

$$1) 2 \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right); \quad 5) 4 \left( \cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3} \right);$$

$$2) -3 \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right); \quad 6) \left( \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right);$$

$$3) \sqrt{2} \left( \cos \left( -\frac{\pi}{5} \right) + i \sin \left( -\frac{\pi}{5} \right) \right); \quad 7) \sin \frac{3\pi}{4} + i \cos \frac{3\pi}{4}.$$

$$4) 5 \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right);$$

8. **Представить числа в тригонометрической форме:**

$$1) -3\sqrt{3} + 3i; -5\sqrt{3} - 5i; \sqrt{3} + i; 2\sqrt{3} - 2i;$$

$$2) -3 + 4i; 2 - \sqrt{3}i; -8 - 6i;$$

$$3) -2 \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right); \cos \frac{3\pi}{4} - i \sin \frac{3\pi}{4};$$

$$4) 1 + \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}.$$

9. **Представить число в алгебраической форме:**

$$1) \frac{2+3i}{i}; \quad 2) (1+i)^9; \quad 3) \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right); \quad 4) \left( \frac{i\sqrt{3}+1}{1-i} \right)^{20}; \quad 5) \left( \frac{1}{\sqrt{3}-i} \right)^{17};$$

$$6) (1+i)^8 (1-i\sqrt{3})^6$$

10. **Выполнить действия:**

$$1) \frac{3+i}{3-i} + \frac{3-i}{3+i}; 2) (-1+i)^4 (1-i\sqrt{3})^6; \quad 3) (1+i)^4 - 4(1+i)^3 + 3(1+i)^2 - 2(1+i) - 1;$$

$$4) (1-i\sqrt{3})^{90}; 5) 1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^{20}; 6) \frac{(1-i)^5 - 1}{(1+i)^5 + 1}; 7) \frac{(1+i)^{1000}}{(1-i)^{998}}.$$

$$11. \text{Вычислить: } i^5; i^6; i^8; \frac{1}{i^7}; i^{2007}.$$

$$12. \text{Найти сумму } A = i + i^2 + i^3 + \dots + i^{15}.$$

13. **Вычислить, используя тригонометрическую форму комплексного чис-**

$$\text{ла: } 1) \left[ 2 \left( \cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5} \right) \right]^{10};$$

$$2) (1+i\sqrt{3})^{-5};$$

$$3) \frac{\cos \frac{7\pi}{12} + i \sin \frac{7\pi}{12}}{\cos \frac{5\pi}{12} - i \sin \frac{5\pi}{12}};$$

$$4) \frac{(1+i)^5}{1-i};$$

$$5) (1+i\sqrt{3})(1+i) \left( \cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12} \right);$$

$$6) \left( 1 - \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)^4.$$

**14. Найти все корни  $n$ -й степени из числа  $z$  :** 1)  $z = -3, n = 2$ ;

2)  $z = -i, n = 4$ ;

3)  $z = -4\sqrt{3} - 4i, n = 3$ ;

4)  $z = (1 - i\sqrt{3})^{10}, n = 4$ ;

5)  $z = \frac{3}{-\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3}i}, n = 6$ ;

6)  $z = \left( \frac{2\sqrt{3} - 2i}{1 + \sqrt{3}i} \right)^{15}, n = 3$ ;

7)  $z = 2, n = 3$ ;

8)  $z = 16, n = 4$ .

**15. Найти все корни  $n$ -й степени из числа  $z$  и дать геометрическую интерпретацию, если:**

1)  $z = -1, n = 2$ ;

2)  $z = -1 + i, n = 4$ ;

3)  $z = \frac{(1 + i\sqrt{3})^{20}}{(i - 1)^8}, n = 6$ ;

4)  $z = -27, n = 3$ ;

5)  $z = 32, n = 5$ ;

6)  $z = 3, n = 4$ .

2.2. Задачи для группового решения (с проверкой у доски)

Отметить на плоскости точки, изображающие следующие комплексные числа:

$$\frac{3i}{-1-i}; (-1+4i)^4.$$

Найти  $z_1 + z_2$ ;  $z_1 - z_2$ ;  $z_1 \cdot z_2$ ;  $\frac{z_1}{z_2}$ , если

$$z_1 = 3 + 2i, z_2 = 2 + i;$$

$$z_1 = -2i - 6, z_2 = 7 + 3i.$$

Найти число, сопряженное данному:

$$6i;$$

$$-4;$$

$$\frac{1}{i}.$$

Найти число, сопряженное данному:

$$115i^2;$$

$$(1+i)^3 - (1-i)^3;$$

$$\frac{1+i}{i};$$

Представить число в алгебраической форме:

$$1)(2-i\sqrt{3})^{15}; 2) \frac{(1+2i)^2}{i-1} - \frac{-i}{2+i}; 3) \frac{(-1+i)^5}{(-i-1)^3} + 2i - 7.$$

Найти модуль и аргумент комплексного числа:

$$-1-i; -1+i; 1+i; 1-i.$$

Заданы ли следующие комплексные числа в тригонометрической форме:

$$4) 5 \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right);$$

$$5) 4 \left( \cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3} \right);$$

$$6) \left( \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right);$$

$$7) \sin \frac{3\pi}{4} + i \cos \frac{3\pi}{4}.$$

Представить числа в тригонометрической форме:

$$-3+4i; 2-\sqrt{3}i; -8-6i;$$

$$-2 \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right); \cos \frac{3\pi}{4} - i \sin \frac{3\pi}{4};$$

Представить число в алгебраической форме:

$$(1+i)^9;$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left( \cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right);$$

$$(1+i)^8 (1-i\sqrt{3})^6$$

**Выполнить действия:**

$$\frac{3+i}{3-i} + \frac{3-i}{3+i};$$

$$(-1+i)^4 (1-i\sqrt{3})^6;$$

$$(1+i)^4 - 4(1+i)^3 + 3(1+i)^2 - 2(1+i) - 1;$$

$$1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^{20};$$

$$\frac{(1-i)^5 - 1}{(1+i)^5 + 1};$$

**Вычислить, используя тригонометрическую форму комплексного числа:**

$$\frac{(1+i)^5}{1-i};$$

$$(1+i\sqrt{3})(1+i) \left( \cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12} \right);$$

$$\left( 1 - \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)^4.$$

### 2.3. Задачи для индивидуальной работы

**Отметить на плоскости точки, изображающие следующие комплексные числа:**

$$-\frac{i}{2}; 1; -1+i;$$

**Найти**  $z_1 + z_2; z_1 - z_2; z_1 \cdot z_2; \frac{z_1}{z_2}$ , если

$$z_1 = 5, z_2 = 1 + 2i;$$

**Найти число, сопряженное данному:**

$$-3+i;$$

$$(1+i)^2;$$

$$115i^2;$$

**Представить число в алгебраической форме:**

$$1) \frac{-4i}{3-i}; 3) \frac{(1+2i)^2}{i-1} - \frac{-i}{2+i}; 5) \left( \frac{i+1}{1-i} \right)^{100} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right);$$

**Найти модуль и аргумент комплексного числа:**

$$i, -1; -2i; \sqrt{2}; -1-i;$$

**Заданы ли следующие комплексные числа в тригонометрической форме:**

$$1) 2 \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right);$$

$$2) -3 \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right);$$

**Представить числа в тригонометрической форме:**

$$-3\sqrt{3} + 3i; -5\sqrt{3} - 5i; \sqrt{3} + i; 2\sqrt{3} - 2i;$$

$$-2 \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right);$$

**Представить число в алгебраической форме:**

$$\frac{2+3i}{i};$$

$$(1+i)^9;$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left( \cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right);$$

$$\left( \frac{i\sqrt{3}+1}{1-i} \right)^{20};$$

**Выполнить действия:**

$$\frac{3+i}{3-i} + \frac{3-i}{3+i};$$

$$(-1+i)^4 (1-i\sqrt{3})^6;$$

$$(1+i)^4 - 4(1+i)^3 + 3(1+i)^2 - 2(1+i) - 1;$$

**Вычислить, используя тригонометрическую форму комплексного числа:**

$$\left[ 2 \left( \cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5} \right) \right]^{10};$$

$$(1+i\sqrt{3})^{-5};$$

$$\frac{\cos \frac{7\pi}{12} + i \sin \frac{7\pi}{12}}{\cos \frac{5\pi}{12} - i \sin \frac{5\pi}{12}};$$

### Самостоятельная внеаудиторная работа студентов

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля и для собеседования:

1. Дать определение комплексного числа.
2. Сформулировать определение мнимой единицы.
3. Как найти степень мнимой единицы?
4. Какие комплексные числа называют равными, сопряженными?



5. Записать формулу для нахождения произвольного степени мнимой единицы.
6. Приведите примеры чисто мнимых чисел.
7. Дать определение суммы двух комплексных чисел.
8. Дать определение произведения двух комплексных чисел.
9. Дать определение частного двух комплексного числа.
10. Как изображаются комплексные числа на координатной плоскости?
11. Дать определение модуля и аргумента комплексного числа.
12. Записать формулу для нахождения модуля комплексного числа.
13. Как найти аргумент комплексного числа?
14. Записать общий вид комплексного числа в тригонометрической форме.
15. Как перемножить два комплексного числа в тригонометрической форме?
16. Как разделить два комплексного числа в тригонометрической форме?
17. Как возвести в степень комплексное число в тригонометрической форме?
18. Сколько значений имеет корень  $n$ -й степени из комплексного числа?
19. Как найти все значения корня  $n$ -й степени из комплексного числа?
20. Какое равенство называется формулой Эйлера?
21. Записать общий вид комплексного числа в показательной форме.
22. Как осуществить переход от алгебраической формы комплексного числа к показательной форме?
23. Как перемножить два комплексного числа в показательной форме?
24. Как разделить два комплексного числа в показательной форме?
25. Как возвести в степень комплексное число в показательной форме?
26. Как найти все значения корня  $n$ -й степени из комплексного числа в показательной форме?

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля.

**Часть I.** Выберите один правильный ответ.

**1. На множестве действительных чисел не выполняема операция:**

- а) деления чисел
- б) возведения в степень отрицательного числа
- в) извлечения корня из отрицательного числа
- г) сравнения чисел

**2. Комплексные числа были введены для получения дополнительных возможностей при решении:**

- а) систем линейных уравнений
- б) квадратных уравнений
- в) уравнений высших степеней
- г) тригонометрических уравнений

**3. Что представляет собой число  $i$ :**

- а) число, квадратный корень из которого равен  $-1$
- б) число, квадрат которого равен  $-1$
- в) число, квадратный корень из которого равен  $1$
- г) число, квадрат которого равен  $1$

**4. Числа  $5$ ;  $3-6i$ ;  $2,7$ ;  $2i$  принадлежат множеству:**

- а) действительных чисел
- б) мнимых чисел
- в) иррациональных чисел
- г) комплексных чисел

**5. Термин «мнимые числа» ввел:**

- а) Декарт
- б) Эйлер
- в) Кардано
- г) Муавр

**6. Из предложенных чисел выберите чисто мнимое число:**

- а)  $z = 5 - 3i$
- б)  $z = 75i$
- в)  $z = 32$
- г)  $z = 0$

**7. Выражение  $z = a + bi$  называется:**

- а) вещественной частью комплексного числа
- б) мнимой частью комплексного числа
- в) тригонометрической формой комплексного числа
- г) алгебраической формой комплексного числа

**8. Числа  $a + bi$  и  $a - bi$  называются:**

- а) сопряженными
- б) противоположными
- в) обратными
- г) мнимыми

**9. Числа  $a + bi$  и  $-a - bi$  называются:**

- а) сопряженными
- б) противоположными
- в) обратными
- г) мнимыми

**10. Два комплексных числа нельзя соединить знаком:**

- а) равенства
- б) неравенства
- в) деления
- г) разности

**11. На координатной плоскости число изображается:**

- а) точкой или радиус-вектором
- б) отрезком
- в) плоской геометрической фигурой
- г) заштрихованной частью плоскости

**12. Аргументом комплексного числа называется:**

- а) вещественная часть комплексного числа
- б) мнимая часть комплексного числа
- в) расстояние от начала координат до точки, в виде которой отображается комплексное число
- г) угол, который радиус-вектор от начала координат до точки, в виде которой отображается комплексное число, образует с осью  $Ox$

**13. Модулем комплексного числа называется:**

- а) данное комплексное число без учета знака
- б) расстояние от начала координат до точки, в виде которой отображается комплексное число
- в) расстояние от осей координат до точки, в виде которой отображается комплексное число
- г) сумма вещественной и мнимой части

**14. На комплексной плоскости числу  $i$  соответствует точка с координатами:**

- а)  $(0; 0)$
- б)  $(1; 1)$
- в)  $(1; 0)$
- г)  $(0; 1)$

**15. Модуль комплексного числа  $z = 4 + 3i$  равен:**

- а) 25
- б) 1
- в) 7
- г) 5

**16. Вычислить:  $(3 - i) + (-1 + 2i)$**

- а)  $2 + i$
- б)  $4 + 3i$
- в)  $2 + 3i$
- г)  $-3 - 2i$

**17. Вычислить:  $(4 - 2i) - (-3 + 2i)$**

- а)  $1 - 4i$
- б)  $7 - 4i$
- в) 1
- г) 7

**18. Вычислить:  $(4 - 2i) \times i$**

- а)  $2i$
- б)  $6i$
- в)  $2+4i$
- г)  $4i-2$

**19. Вычислить:  $1/i$**

- а)  $1$
- б)  $-1$
- в)  $i$
- г)  $-i$

**20. Вычислить:  $1 / (1-i)$**

- а)  $1/2+1/2i$
- б)  $1/2-1/2i$
- в)  $1+i$
- г)  $-1+i$

**Часть II. Выберите верные утверждения.**

1. Число  $-2$  является комплексным.
2. Число, квадрат которого равен  $-4$ , является действительным.
3.  $0$  – комплексное число.
4.  $0$  – мнимое число.
5. Число  $2i$  является чисто мнимым.
6. Если  $a + bi$  является действительным, то  $b = 0$ .
7. Действительная и мнимая части комплексного числа  $3-2i$  соответственно равны  $3$  и  $2$ .
8. Действительная и мнимая части сопряженных чисел отличаются только знаками.
9. Мнимые части сопряженных чисел отличаются только знаками.
10. Сопряженным для действительного числа является само это число.
11. Два комплексных числа равны, если равны их аргументы.
12. Два комплексных числа равны, если равны их модули.
13. Два комплексных числа равны, если равны их действительные и мнимые части.
14. Множество всех комплексных чисел, у которых равны модули, есть окружность.
15. Множество всех комплексных чисел, у которых равны аргументы, есть числовой луч, выходящий из начала координат и наклонённый под углом  $\alpha$  к положительному направлению оси абсцисс.
16. У сопряженных комплексных чисел модули равны.

4) Выполнить практические задания.

**Отметить на плоскости точки, изображающие следующие комплексные числа:**

$$-\frac{i}{2}; 1; -1 + i; .$$

**Найти  $z_1 + z_2; z_1 - z_2; z_1 \cdot z_2; \frac{z_1}{z_2}$ , если**

$$z_1 = -2i - 6, z_2 = 7 + 3i.$$

**Найти число, сопряженное данному:**

$$(1+i)^2; (1+i)^3 - (1-i)^3; \frac{1+i}{i};$$

**Представить число в алгебраической форме:**

$$\left(\frac{i+1}{1-i}\right)^{100} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right); 6) \frac{(-1+i)^5}{(-i-1)^3} + 2i - 7.$$

**Найти модуль и аргумент комплексного числа:**

$$\sqrt{2}; -1-i; -1+i; 1+i; 1-i.$$

**Заданы ли следующие комплексные числа в тригонометрической форме:**

$$\sqrt{2} \left( \cos \left( -\frac{\pi}{5} \right) + i \sin \left( -\frac{\pi}{5} \right) \right);$$

$$5\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right);$$

$$\sin \frac{3\pi}{4} + i \cos \frac{3\pi}{4}.$$

**Представить числа в тригонометрической форме:**

$$-3\sqrt{3} + 3i; -5\sqrt{3} - 5i; \sqrt{3} + i; 2\sqrt{3} - 2i;$$

$$-3 + 4i; 2 - \sqrt{3}i; -8 - 6i;$$

$$1 + \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}.$$

**Представить число в алгебраической форме:**

$$\frac{2+3i}{i}; (1+i)^9; \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4}\right);$$

**Выполнить действия:**

$$\frac{3+i}{3-i} + \frac{3-i}{3+i};$$

$$(-1+i)^4(1-i\sqrt{3})^6;$$

**Вычислить, используя тригонометрическую форму комплексного числа:**

$$\frac{(1+i)^5}{1-i}; (1+i\sqrt{3})(1+i)\left(\cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12}\right);$$

**Рекомендуемая литература:**

Основная литература

• И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Методические указания для самостоятельной работы/О.Л. Короткова, (рук.)
- Сборник тестовых заданий для промежуточного и текущего тестирования «Математический анализ. Вопросы тестового контроля: учебно-методическое пособие»/О.Л. Короткова, (рук.)

## Раздел 1. Введение в высшую математику

### Тема 1.4. Итоговое занятие

**Цель:** оценить уровень сформированности знаний, умений и навыков студентов по данному разделу.

**Задачи:**

- оценить уровень понимания студентами основных понятий и законов линейной алгебры и аналитической геометрии.
- оценить умение студентов использовать рассматриваемые методы при решении типовых задач;
- оценить сформировать у студентов навыков использования рассматриваемых в данной теме методов решения типовых задач для решения ситуационных или практических задач

**Студент должен знать** Основные понятия, термины, законы линейной алгебры и аналитической геометрии.

**Студент должен уметь** Решать типовые задачи и задачи прикладного характера

**Студент должен владеть** Методами и приемами решения типовых задач по данной теме. Навыками работы со справочной и инструктивной литературой.

### Самостоятельная аудиторная работа студентов

## 1. Практическая часть

Выполнить задания проверочной работы № 1 (по индивидуальному варианту).

Пример билета проверочной работы:

1. Решить СЛУ методом Гаусса (Крамера, матричным) 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -3 \\ -2x_1 + 6x_2 + 9x_3 = -11 \\ -4x_1 - 3x_2 + 8x_3 = -2 \end{cases}$$

2. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A (-3;-2), B(5;-4), C(1;6) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.

3. Построить кривые по заданному уравнению:  $(x^2/9)+(y^2/25)=1$

### **Самостоятельная внеаудиторная работа студентов**

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Проверить свои знания с использованием тестового контроля.

Провести тренировочное тестирование в системе Indigo.

3) Выполнить практические задания.

Пример варианта проверочной работы

Решить СЛУ методом Гаусса (Крамера, матричным) 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -3 \\ -2x_1 + 6x_2 + 9x_3 = -11 \\ -4x_1 - 3x_2 + 8x_3 = -2 \end{cases}$$

Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A (-3;-2), B(5;-4), C(1;6) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.

Построить кривые по заданному уравнению:  $(x^2/9)+(y^2/25)=1$

### **Рекомендуемая литература:**

#### Основная литература

• И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

#### Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Методические указания для самостоятельной работы/О.Л. Короткова, (рук.)
- Сборник тестовых заданий для промежуточного и текущего тестирования «Математический анализ. Вопросы тестового контроля: учебно-методическое пособие»/О.Л. Короткова, (рук.)

## **Раздел 2. Элементы дифференцирования**

### **Тема 2.1. Свойства функций. Предел и непрерывность функции**

**Цель изучения раздела:** способствовать формированию системы теоретических знаний по способам задания и основным свойствам однофакторных функциональных зависимостей.

#### **Задачи:**

- Сформировать представление о методах исследования однофакторных функциональных зависимостей;
  - Изучить основные свойства функций одной переменной;
  - Обучить студентов методам исследования функциональных зависимостей,

**Обучающийся должен знать:** основные виды элементарных функций и их свойства, методы исследования функций одной переменной.

**Обучающийся должен уметь:** использовать различные способы задания функций, применять различные методы для анализа функциональной зависимости;

**Обучающийся должен владеть:** навыками быстрого выявления свойства и построения графиков ос-

новых элементарных функций, выбора методов для анализа функциональной зависимости и прогнозирования значения зависимой переменной.

### Самостоятельная аудиторная работа студентов

#### 1. Ответить на вопросы по теме занятия

1. Как определяется предел функции?
2. Основные свойства пределов.
3. Замечательные пределы.
4. Эквивалентные величины.
5. Что такое производная функции?
6. Основные правила дифференцирования.
7. Производная сложной функции.
8. Что такое дифференциал функции?
9. Свойства дифференциала.
10. В чем заключается физический смысл производной функции?
11. В чем заключается геометрический смысл производной функции?
12. Где применяется геометрический смысл дифференциала функции?

#### 2. Практическая работа на занятии

2.1. Выполнение практических заданий (решение задач) под руководством преподавателя:

1. 
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{6x^3 - 12x^2 + 2x - 4}{x^3 - 8}$$
2. 
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x-2} - 1}$$
3. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x)^2}{x^2}$$
4. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x-2} \right)^{5x}$$

2.2. Самостоятельная групповая работа с контролем (проверкой) выполнения задания

1. 
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^3 + 16}{x^3 + 2x^2 + 4x + 8}$$
  2. 
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{1 - \sqrt{3-x}}$$
  3. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7 \operatorname{tg} x}{2x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1+x}{3+x} \right)^{4x}$$

2.3. Индивидуальная самостоятельная работа (отработка практических навыков)

1. 
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 3x^2 + x - 1}{7x^3 - 7x^2 + 3x - 3}$$
  2. 
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1 + \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x} - 1}$$
  3. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x + \sin 3x}{2x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-5}{3x+3} \right)^{7x}$$

2.4. Решение ситуационных задач

Задание 1. Некоторый процесс описывается функцией регрессии, которая имеет вид:

$y = 2,57 \exp\left(-\frac{3}{t-1}\right)$ . Исследовать данную функцию на наличие асимптот.

### Самостоятельная внеаудиторная работа обучающихся по теме:

Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

1. Функцией двух переменных  $z = f(x, y)$  называется:
  - 1) Множество значений переменной величины  $z$ , вычисленных при подстановке значений переменных  $x$  и  $y$  в соответствующую формулу.
  - 2) Соответствие, по которому для любой пары  $(x, y)$  можно вычислить единственное значение  $z$ .
  - 3) Соответствие, по которому для любого определенного значения переменной величины  $z$  можно вычислить единственное значение пары  $(x, y)$ .
2. Областью определения функции  $z = f(x, y)$  называется:
  - 1) Совокупность всех точек, в которых функция имеет определенное действительное значение.
  - 2) Совокупность значений.
3. Линией уровня функции  $z = f(x, y)$  называется:
  - 1) Множество точек  $(x, y)$ , в которых функция принимает одно и то же значение.
  - 2) Множество точек  $(x, y)$ , в которых функция принимает разные значения.
4. Частной производной функции нескольких переменных по переменной называют:
  - 1) Результат дифференцирования по одной из переменных.
  - 2) Результат дифференцирования по этой переменной, при котором все остальные переменные считаются постоянными.
5. Полный дифференциал функции двух переменных – это:
  - 1) Главная часть полного приращения функции, линейная относительно приращений  $\Delta x, \Delta y$ .
  - 2) Приращение аргумента
  - 3) Полное приращение функции.
6. Частная производная функции  $z = \cos(x + y^2)$  по переменной  $x$  равна:
  - 1)  $-\sin(x + y^2)$
  - 2)  $-\sin(x + y^2)(1 + y^2)$
  - 3)  $\sin(x + y^2)$
7. Частная производная функции  $z = \ln(x^3 - y^3)$  по переменной  $y$  равна:
  - 1)  $\frac{1}{x^3 - y^3}(x^3 - 3y^2)$
  - 2)  $\frac{-3y^2}{x^3 - y^3}$
  - 3)  $\frac{1}{x^3 - y^3}$
8. Точка  $(x_0, y_0)$  – точка максимума функции, если:
  - 1) Значение  $f(x_0, y_0)$  меньше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
  - 2) Значение  $f(x_0, y_0)$  больше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
9. Точка  $(x, y)$  – точка минимума функции, если:
  - 1) Значение  $f(x_0, y_0)$  меньше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
  - 2) Значение  $f(x_0, y_0)$  больше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .

10. Исследовать функцию  $z = 2x - 4y - x^2 - y^2$  на экстремум:
- 1) Имеет локальный минимум в точке (1, -2)
  - 2) Имеет локальный максимум в точке (1, -2)
  - 3) Не имеет экстремума
11. Исследовать функцию  $z = x^2 - y^2 - 5x + 6$  на экстремум:
- 1) Имеет локальный минимум в точке (2,5; 0)
  - 2) Имеет локальный максимум в точке (2,5; 0)
  - 3) Не имеет экстремума
12. Исследовать функцию  $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$  на экстремум:
- 1) Имеет локальный минимум в точке (2, -2)
  - 2) Имеет локальный максимум в точке (2, -2)
  - 3) Не имеет экстремума

### 3) Выполнить практические задания

1. 
$$\lim_{x \rightarrow 2} \left[ \frac{3x^2 + x}{(x-2) \cdot (x^2 + x + 1)} - \frac{2}{x-2} \right]$$

2. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 4x^2 + 2}{0,5x - 3x^3}$$

3. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{7x^2}$$

4. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+1}{3x-2} \right)^{5x}$$

### Рекомендуемая литература:

#### Основная литература

- И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

#### Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Методические указания для самостоятельной работы/О.Л. Короткова, (рук.)
- Сборник тестовых заданий для промежуточного и текущего тестирования «Математический анализ. Вопросы тестового контроля: учебно-методическое пособие»/О.Л. Короткова, (рук.)

## Раздел 2. Элементы дифференцирования

### Тема 2.2. Производная. Дифференциал.

**Цель изучения раздела:** способствовать формированию системы теоретических знаний по способам задания и основным свойствам однофакторных функциональных зависимостей.

#### Задачи:

- Сформировать представление о методах исследования однофакторных функциональных зависимостей;
  - Изучить основные свойства функций одной переменной;
  - Обучить студентов методам исследования функциональных зависимостей,

**Обучающийся должен знать:** основные виды элементарных функций и их свойства, методы исследования функций одной переменной.

**Обучающийся должен уметь:** использовать различные способы задания функций, применять различные методы для анализа функциональной зависимости;

**Обучающийся должен владеть:** навыками быстрого выявления свойства и построения графиков основных элементарных функций, выбора методов для анализа функциональной зависимости и прогнозирования значения зависимой переменной.



## Самостоятельная аудиторная работа студентов

### 2. Ответить на вопросы по теме занятия

3. Что такое производная функции?
4. Основные правила дифференцирования.
5. Производная сложной функции.
6. Что такое дифференциал функции?
7. Свойства дифференциала.
8. В чем заключается физический смысл производной функции?
9. В чем заключается геометрический смысл производной функции?
10. Где применяется геометрический смысл дифференциала функции?

### 2. Практическая работа на занятии

#### 2.1. Выполнение практических заданий (решение задач) под руководством преподавателя:

Задание 1. Найти производные функций:

$$1) y = \frac{e^x}{e^x - 2}. \quad 2) y = \cos \sqrt{\sin x}. \quad 3) y = x^2 \ln x.$$

$$4) y = \arccos \frac{1}{x^3}. \quad 5) y = \frac{e^x + 1}{e^x - e^{-x}}.$$

#### 2.2. Самостоятельная групповая работа с контролем (проверкой) выполнения задания

Задание 1. Найти производные функций:

$$1) y = x^2 \ln(x + 4). \quad 2) y = \arcsin \frac{1}{x^3}. \quad 3) y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}. \quad 4) y = \cos \sqrt[3]{x}.$$

$$5) y = x^3 \ln(x^2 + 4x) \quad 6) y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x^3}$$

#### 2.3. Индивидуальная самостоятельная работа (отработка практических навыков)

Задание 1. Найти производные функций:

$$1. y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - 1}$$

$$2. y = \sin \sqrt[3]{x}.$$

$$3. y = x^3 \cos(x^2 + 1).$$

$$4. y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}.$$

#### 2.4. Решение ситуационных задач

Задание 1. Имеется функция  $y = f(x)$ , отражающая степень развития явления  $y$  в зависимости от значения фактора  $x$ . Выяснить, предполагается ли постепенный или скачкообразный характер развития данного явления. Проиллюстрировать ответ.

$$y = \begin{cases} 2x - 1, & \text{при } x \leq 1 \\ x^2 + 1, & \text{при } 1 < x < 2 \\ 2^x, & \text{при } x \geq 2 \end{cases}$$

Задание 2. Функция  $y = f(t) = a + \frac{b}{t}$  описывает характер раздражения биологической ткани в зависимости от времени действия раздражающего фактора, где  $a$  и  $b$  – постоянные величины, зависящие от вида ткани и физической природы раздражающего фактора. Почему можно говорить о том, что по истечении какого-то промежутка времени биологическая ткань перестаёт отвечать на раздражение?

### Самостоятельная внеаудиторная работа обучающихся по теме:

Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля:

1. Алгоритм исследования функциональных зависимостей.

2. Что такое интервалы знакопостоянства функции?
3. Зависимость интервалов знакопостоянства функции, и ее графика.
4. Что такое асимптоты графика функции?
5. Виды асимптот графика функции и способы их нахождения.
6. Экстремумы функции и способы их нахождения.
7. Интервалы выпуклости и точки перегиба графика функции.
8. Что такое функция нескольких переменных (ФНП)?
9. Область определения ФНП.
10. Что является графиком ФНП?
11. Область определения и множество значений функции 2-х переменных. Что является графиком функции 2-х переменных?
12. Что такое частная производная функции нескольких переменных?
13. Что такое частный дифференциал функции?
14. Что такое полный дифференциал функции?
15. Область применения полного дифференциала.
16. Понятие стационарной точки.
17. Необходимое и достаточное условия экстремума.
18. Методы дополнительного исследования функции, когда стационарный определитель равен нулю.
19. Понятие условного экстремума.

### 3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

#### Функция одной переменной

1. Установите соответствие между уравнением, задающим линию, и видом линии.

Уравнение	линия
1) $x^2 + y^2 - 5 = 0$	А) Прямая
2) $y = x^2 - 3x + 5$	Б) Парабола
3) $3 - y - 2x = 0$	В) Гипербола
4) $y = \frac{3}{x} - 4$	Г) Окружность

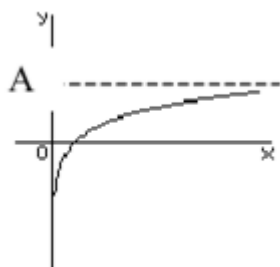
2. График функции  $y = 2 \cdot 3^x - 4$  получается из графика функции  $y = 3^x$  с помощью следующих преобразований:

- 1) сдвиг на 4 единицы вверх и растяжение в 2 раза вдоль  $OY$ ;
- 2) сдвиг на 4 единицы вниз и растяжение в 2 раза вдоль  $OY$ ;
- 3) сдвиг на 4 единицы вниз и растяжение в 2 раза вдоль  $OX$ ;
- 4) сдвиг на 4 единицы вверх и растяжение в  $1/2$  раза вдоль  $OY$ .

3. Областью определения функции  $y = \frac{\sqrt{2x-4}}{x^2-4}$  является промежуток

- a.  $(2; +\infty)$
- b.  $[2; +\infty)$
- c.  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
- d.  $(-2; 2)$

4. Укажите ВСЕ утверждения, справедливые для функции, график которой изображен на рисунке:



- a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$ ;
- б)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$ ;
- в)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ;
- г)  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = -\infty$ ;
- д)  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = A$ ;
- е)  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = 0$ .

5. Первая производная функции показывает
- Скорость изменения функции
  - Направление функции
  - Приращение функции
  - Приращение независимой переменной.

#### Функция нескольких переменных

13. Функцией двух переменных  $z = f(x, y)$  называется:
- Множество значений переменной величины  $z$ , вычисленных при подстановке значений переменных  $x$  и  $y$  в соответствующую формулу.
  - Соответствие, по которому для любой пары  $(x, y)$  можно вычислить единственное значение  $z$ .
  - Соответствие, по которому для любого определенного значения переменной величины  $z$  можно вычислить единственное значение пары  $(x, y)$ .
14. Областью определения функции  $z = f(x, y)$  называется:
- Совокупность всех точек, в которых функция имеет определенное действительное значение.
  - Совокупность значений.
15. Линией уровня функции  $z = f(x, y)$  называется:
- Множество точек  $(x, y)$ , в которых функция принимает одно и тоже значение.
  - Множество точек  $(x, y)$ , в которых функция принимает разные значения.
16. Частной производной функции нескольких переменных по переменной называют:
- Результат дифференцирования по одной из переменных.
  - Результат дифференцирования по этой переменной, при котором все остальные переменные считаются постоянными.
17. Полный дифференциал функции двух переменных – это:
- Главная часть полного приращения функции, линейная относительно приращений  $\Delta x, \Delta y$ .
  - Приращение аргумента
  - Полное приращение функции.
18. Частная производная функции  $z = \cos(x + y^2)$  по переменной  $x$  равна:
- $-\sin(x + y^2)$
  - $-\sin(x + y^2)(1 + y^2)$
  - $\sin(x + y^2)$
19. Частная производная функции  $z = \ln(x^3 - y^3)$  по переменной  $y$  равна:
- $\frac{1}{x^3 - y^3}(x^3 - 3y^2)$
  - $\frac{-3y^2}{x^3 - y^3}$
  - $\frac{1}{x^3 - y^3}$
20. Точка  $(x_0, y_0)$  – точка максимума функции, если:
- Значение  $f(x_0, y_0)$  меньше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
  - Значение  $f(x_0, y_0)$  больше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
21. Точка  $(x, y)$  – точка минимума функции, если:
- Значение  $f(x_0, y_0)$  меньше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
  - Значение  $f(x_0, y_0)$  больше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
22. Исследовать функцию  $z = 2x - 4y - x^2 - y^2$  на экстремум:

- 1) Имеет локальный минимум в точке (1, -2)
  - 2) Имеет локальный максимум в точке (1, -2)
  - 3) Не имеет экстремума
23. Исследовать функцию  $z = x^2 - y^2 - 5x + 6$  на экстремум:
- 1) Имеет локальный минимум в точке (2,5; 0)
  - 2) Имеет локальный максимум в точке (2,5; 0)
  - 3) Не имеет экстремума
24. Исследовать функцию  $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$  на экстремум:
- 1) Имеет локальный минимум в точке (2, -2)
  - 2) Имеет локальный максимум в точке (2, -2)
  - 3) Не имеет экстремума

#### 4) Подготовить реферат

Геометрический смысл первой и второй производной.

Геометрический смысл дифференциала.

Физический смысл первой и второй производной

Задачи на экстремум в логистике.

Применение полного дифференциала для приближенных вычислений.

Задачи на условный экстремум в логистике.

#### 5) Выполнить практические задания

Задание 1. Найти производные функций

$$y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + 1}.$$

$$y = \ln(\cos x).$$

$$y = x^2 \sin x^2.$$

$$y = \arccos \sqrt{x}.$$

$$y = x^2 e^{2-x}.$$

Задание 2. Найти частные производные первого порядка функций двух переменных:  $z = \frac{\sqrt{xy}}{x+y}$

$$1. \quad z = x^2 y^2 - 3xy$$

$$2. \quad z = xe^y$$

Задание 3. Решить ситуационную задачу

Анализируя заболеваемость по отдельным районам, специальная комиссия устанавливала уровень заболеваемости населения острыми кишечными инфекциями (на 10 тыс. населения) и состояния шахтных колодцев (по комплексной оценке) в некоторых населенных пунктах.

населенный пункт	заболеваемость (на 10 тыс. населения)	удельный вес шахтных колодцев в неудовлетворительном состоянии
1	49,8	23
2	57,7	27
3	59,4	34
4	60,2	29
5	63,6	38

С помощью метода наименьших квадратов найдите уравнение линейной зависимости уровня заболеваемости от удельного веса колодцев в неудовлетворительном состоянии. Спрогнозируйте уровень заболеваемости в случае, если в неудовлетворительном состоянии будет 40% колодцев. Какой дополнительный процент колодцев нужно привести в порядок, чтобы снизить средний уровень заболеваемости на 10 случаев (на 10 тыс. населения).

#### Рекомендуемая литература:

##### Основная литература

- И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва:

Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

Дополнительная литература

• А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014

• Методические указания для самостоятельной работы/ О.Л. Короткова, (рук.)

• Сборник тестовых заданий для промежуточного и текущего тестирования «Математический анализ. Вопросы тестового контроля: учебно-методическое пособие»/О.Л. Короткова, (рук.)

## Раздел 2. Элементы дифференцирования

### Тема 2.3. Исследование функций

**Цель изучения раздела:** способствовать формированию системы теоретических знаний по способам задания и основным свойствам однофакторных функциональных зависимостей.

**Задачи:**

• Сформировать представление о методах исследования однофакторных функциональных зависимостей;

▪ Изучить основные свойства функций одной переменной;

▪ Обучить студентов методам исследования функциональных зависимостей,

**Обучающийся должен знать:** основные виды элементарных функций и их свойства, методы исследования функций одной переменной.

**Обучающийся должен уметь:** использовать различные способы задания функций, применять различные методы для анализа функциональной зависимости;

**Обучающийся должен владеть:** навыками быстрого выявления свойства и построения графиков основных элементарных функций, выбора методов для анализа функциональной зависимости и прогнозирования значения зависимой переменной.

#### Самостоятельная аудиторная работа студентов

##### 11. Ответить на вопросы по теме занятия

1. Что такое производная функции?

2. В чем заключается физический смысл производной функции?

3. В чем заключается геометрический смысл производной функции?

4. В чем заключается физический смысл второй производной функции?

5. В чем заключается геометрический смысл второй производной функции?

6. Где применяется геометрический смысл дифференциала функции?

#### 2. Практическая работа на занятии

##### 2.1. Выполнение практических заданий (решение задач) под руководством преподавателя:

Задание 1. Исследовать функцию  $y = f(x)$  и построить схематически её график:

$$y = 2x^2 - \frac{1}{x}$$

Задание 2. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке:

1).  $y = \sin \frac{x}{2}$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .      2)  $y = \frac{1}{x^2}$  на отрезке  $[1; 3]$ .

##### 2.2. Самостоятельная групповая работа с контролем (проверкой) выполнения задания

Задание 1. Исследовать функцию  $y = f(x)$  и построить схематически её график:

$$y = x^3 - 3x^2$$

Задание 2. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке:

$$y = \frac{1}{x^2 - 1} \text{ на отрезке } [2; 5].$$

##### 2.3. Индивидуальная самостоятельная работа (отработка практических навыков)

Задание 1. Исследовать функцию  $y = f(x)$  и построить схематически её график:

1.  $y = 3x^2 - 2x^3$

2.  $y = x^3 - 2x^2 + x$

Задание 2. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке:

$$y = \frac{1}{x^2 + 1} \text{ на отрезке } [-1; 1].$$

#### 2.4. Решение ситуационных задач

Задание 1. Имеется функция  $y = f(x)$ , отражающая степень развития явления  $y$  в зависимости от значения фактора  $x$ . Выяснить, предполагается ли постепенный или скачкообразный характер развития данного явления. Проиллюстрировать ответ.

$$y = \begin{cases} 2x - 1, & \text{при } x \leq 1 \\ x^2 + 1, & \text{при } 1 < x < 2 \\ 2^x, & \text{при } x \geq 2 \end{cases}$$

Задание 2. Функция  $y = f(t) = a + \frac{b}{t}$  описывает характер раздражения биологической ткани в зависимости от времени действия раздражающего фактора, где  $a$  и  $b$  – постоянные величины, зависящие от вида ткани и физической природы раздражающего фактора. Почему можно говорить о том, что по истечении какого-то промежутка времени биологическая ткань перестаёт отвечать на раздражение?

#### Самостоятельная внеаудиторная работа обучающихся по теме:

Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля:

1. Алгоритм исследования функциональных зависимостей.
2. Что такое интервалы знакопостоянства функции?
3. Зависимость интервалов знакопостоянства функции, и ее графика.
4. Что такое асимптоты графика функции?
5. Виды асимптот графика функции и способы их нахождения.
6. Экстремумы функции и способы их нахождения.
7. Интервалы выпуклости и точки перегиба графика функции.

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

#### Функция одной переменной

1. Установите соответствие между уравнением, задающим линию, и видом линии.

Уравнение	линия
1) $x^2 + y^2 - 5 = 0$	А) Прямая
2) $y = x^2 - 3x + 5$	Б) Парабола
3) $3 - y - 2x = 0$	В) Гипербола
4) $y = \frac{3}{x} - 4$	Г) Окружность

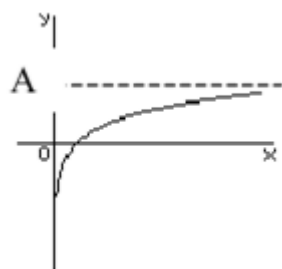
2. График функции  $y = 2 \cdot 3^x - 4$  получается из графика функции  $y = 3^x$  с помощью следующих преобразований:

- 1) сдвиг на 4 единицы вверх и растяжение в 2 раза вдоль  $OY$ ;
- 2) сдвиг на 4 единицы вниз и растяжение в 2 раза вдоль  $OY$ ;
- 3) сдвиг на 4 единицы вниз и растяжение в 2 раза вдоль  $OX$ ;
- 4) сдвиг на 4 единицы вверх и растяжение в  $1/2$  раза вдоль  $OY$ .

6. Областью определения функции  $y = \frac{\sqrt{2x - 4}}{x^2 - 4}$  является промежуток

- e.  $(2; +\infty)$
- f.  $[2; +\infty)$
- g.  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
- h.  $(-2; 2)$

7. Укажите ВСЕ утверждения, справедливые для функции, график которой изображен на рисунке:



- а)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ;  
 г)  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = -\infty$ ;    д)  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = A$ ;    е)  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = 0$ .

8. Первая производная функции показывает

- е. Скорость изменения функции  
 ф. Направление функции  
 г. Приращение функции  
 и. Приращение независимой переменной.

### Функция нескольких переменных

25. Функцией двух переменных  $z = f(x, y)$  называется:  
 1) Множество значений переменной величины  $z$ , вычисленных при подстановке значений переменных  $x$  и  $y$  в соответствующую формулу.  
 2) Соответствие, по которому для любой пары  $(x, y)$  можно вычислить единственное значение  $z$ .  
 3) Соответствие, по которому для любого определенного значения переменной величины  $z$  можно вычислить единственное значение пары  $(x, y)$ .
26. Областью определения функции  $z = f(x, y)$  называется:  
 1) Совокупность всех точек, в которых функция имеет определенное действительное значение.  
 2) Совокупность значений.
27. Линией уровня функции  $z = f(x, y)$  называется:  
 1) Множество точек  $(x, y)$ , в которых функция принимает одно и то же значение.  
 2) Множество точек  $(x, y)$ , в которых функция принимает разные значения.
28. Частной производной функции нескольких переменных по переменной называют:  
 1) Результат дифференцирования по одной из переменных.  
 2) Результат дифференцирования по этой переменной, при котором все остальные переменные считаются постоянными.
29. Полный дифференциал функции двух переменных – это:  
 1) Главная часть полного приращения функции, линейная относительно приращений  $\Delta x, \Delta y$ .  
 2) Приращение аргумента  
 3) Полное приращение функции.
30. Частная производная функции  $z = \cos(x + y^2)$  по переменной  $x$  равна:  
 1)  $-\sin(x + y^2)$   
 2)  $-\sin(x + y^2)(1 + y^2)$   
 3)  $\sin(x + y^2)$
31. Частная производная функции  $z = \ln(x^3 - y^3)$  по переменной  $y$  равна:  
 1)  $\frac{1}{x^3 - y^3}(x^3 - 3y^2)$   
 2)  $\frac{-3y^2}{x^3 - y^3}$   
 3)  $\frac{1}{x^3 - y^3}$
32. Точка  $(x_0, y_0)$  – точка максимума функции, если:

- 1) Значение  $f(x_0, y_0)$  меньше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
- 2) Значение  $f(x_0, y_0)$  больше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
33. Точка  $(x, y)$  – точка минимума функции, если:
- 1) Значение  $f(x_0, y_0)$  меньше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
- 2) Значение  $f(x_0, y_0)$  больше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
34. Исследовать функцию  $z = 2x - 4y - x^2 - y^2$  на экстремум:
- 1) Имеет локальный минимум в точке  $(1, -2)$
- 2) Имеет локальный максимум в точке  $(1, -2)$
- 3) Не имеет экстремума
35. Исследовать функцию  $z = x^2 - y^2 - 5x + 6$  на экстремум:
- 1) Имеет локальный минимум в точке  $(2, 5; 0)$
- 2) Имеет локальный максимум в точке  $(2, 5; 0)$
- 3) Не имеет экстремума
36. Исследовать функцию  $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$  на экстремум:
- 1) Имеет локальный минимум в точке  $(2, -2)$
- 2) Имеет локальный максимум в точке  $(2, -2)$
- 3) Не имеет экстремума

#### 4) Подготовить реферат

Геометрический смысл первой и второй производной.

Геометрический смысл дифференциала.

Физический смысл первой и второй производной

Задачи на экстремум в логистике.

Применение полного дифференциала для приближенных вычислений.

Задачи на условный экстремум в логистике.

#### 5) Выполнить практические задания

Задание 1. Исследовать функцию  $y = f(x)$  и построить схематически её график:

а)  $y = (x - 2)^2(x + 3)$  б)  $y = (x - 1)^2(x + 2)^2$

Задание 2. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке:

$$y = \frac{x}{x^2 + 1} \text{ на отрезке } [-2; 2].$$

$$y = x^2 + \frac{1}{x} \text{ на отрезке } \left[ \frac{1}{2}; 2 \frac{1}{2} \right].$$

#### Рекомендуемая литература:

##### Основная литература

- И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

##### Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Методические указания для самостоятельной работы/ О.Л. Короткова, (рук.)
- Сборник тестовых заданий для промежуточного и текущего тестирования «Математический анализ. Вопросы тестового контроля: учебно-методическое пособие»/О.Л. Короткова, (рук.)

## Раздел 2. Элементы дифференцирования

### Тема 2.4. Функция нескольких переменных. Полный дифференциал

**Цель изучения раздела:** способствовать формированию системы теоретических знаний по задания и основным свойствам многофакторных функциональных зависимостей



### Задачи:

- Рассмотреть понятие функций нескольких переменных и основных задач, связанных с их изучением,
- Изучить методы построения графиков функций двух переменных, вычислению частных производных и поиску экстремумов функций нескольких переменных,
- Обучить студентов выбору методов для поиска условного экстремума функций нескольких переменных.

**Обучающийся должен знать:** Сформировать представление о методах исследования однофакторных функциональных зависимостей

**Обучающийся должен уметь:** применять различные методы для исследования функций нескольких переменных.

**Обучающийся должен владеть:** навыками выбора методов для исследования функций нескольких переменных и практического приложения полученных результатов.

## Самостоятельная аудиторная работа студентов

### 1. Ответить на вопросы по теме занятия

- Что называется функцией нескольких аргументов?
- Что такое производная функции?
- Основные правила дифференцирования функций нескольких переменных.
- Что такое дифференциал функции?
- Как определяется полный дифференциал?
- Свойства дифференциала.
- В чем заключается физический смысл производной функции?
- В чем заключается геометрический смысл производной функции?
- Где применяется геометрический смысл дифференциала функции?
- Где применяется полный дифференциал?

### 2. Практическая работа на занятии

#### 2.1. Выполнение практических заданий (решение задач) под руководством преподавателя:

Задание 1. Найти частные производные первого порядка функций двух переменных:  $z = \frac{\sqrt{xy}}{x+y}$

Задание 2. Исследовать функцию  $z = f(x; y)$  на экстремумы:  $z = x^3 + y - 3xy$

#### 2.3. Индивидуальная самостоятельная работа (отработка практических навыков)

Задание 1. Найти частные производные первого порядка функций двух переменных:  $z = x^2 y^2 - 3xy$

Задание 2. Исследовать функцию  $z = f(x; y)$  на экстремумы:  $z = x^2 + xy + y^2 - x - 2y$

#### 2.4. Решение ситуационных задач

Решить ситуационную задачу

Анализируя заболеваемость по отдельным районам, специальная комиссия устанавливала уровень заболеваемости населения острыми кишечными инфекциями (на 10 тыс. населения) и состояния шахтных колодцев (по комплексной оценке) в некоторых населенных пунктах.

населенный пункт	заболеваемость (на 10 тыс. населения)	удельный вес шахтных колодцев в неудовлетворительном состоянии
1	49,8	23
2	57,7	27
3	59,4	34
4	60,2	29
5	63,6	38

С помощью метода наименьших квадратов найдите уравнение линейной зависимости уровня заболеваемости от удельного веса колодцев в неудовлетворительном состоянии. Спрогнозируйте уровень заболеваемости в случае, если в неудовлетворительном состоянии будет 40% колодцев. Какой дополнительный процент колодцев нужно привести в порядок, чтобы снизить средний уровень заболеваемости на 10 случаев (на 10 тыс. населения).

### Самостоятельная внеаудиторная работа обучающихся по теме:

Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля:

1. Что такое функция нескольких переменных (ФНП)?
2. Область определения ФНП.
3. Что является графиком ФНП?
4. Область определения и множество значений функции 2-х переменных. Что является графиком функции 2-х переменных?
5. Что такое частная производная функции нескольких переменных?
6. Что такое частный дифференциал функции?
7. Что такое полный дифференциал функции?
8. Область применения полного дифференциала.
9. Понятие стационарной точки.
10. Необходимое и достаточное условия экстремума.
11. Методы дополнительного исследования функции, когда стационарный определитель равен нулю.
12. Понятие условного экстремума.

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

- 1. Функцией двух переменных  $z = f(x, y)$  называется:**
  - 1) Множество значений переменной величины  $z$ , вычисленных при подстановке значений переменных  $x$  и  $y$  в соответствующую формулу.
  - 2) Соответствие, по которому для любой пары  $(x, y)$  можно вычислить единственное значение  $z$ .
  - 3) Соответствие, по которому для любого определенного значения переменной величины  $z$  можно вычислить единственное значение пары  $(x, y)$ .
- 2. Областью определения функции  $z = f(x, y)$  называется:**
  - 1) Совокупность всех точек на плоскости, в которых функция имеет определенное действительное значение.
  - 2) Совокупность значений переменной величины  $z$ .
- 3. Линией уровня функции  $z = f(x, y)$  называется:**
  - 1) Множество точек  $(x, y)$ , в которых функция принимает одно и то же значение.
  - 2) Множество точек  $(x, y)$ , в которых функция принимает разные значения.
- 4. Графиком функции  $z = f(x, y)$  является:**
  - 1) Множество точек с координатами  $(x, y)$ , в которых функция принимает своё значение.
  - 2) Поверхность, проходящая через точки с координатами  $z$ .
  - 3) Множество точек с координатами  $(x, y, z)$ , связанных данным функциональным соответствием.
- 5. Частной производной функции нескольких переменных по переменной называют:**
  - 1) Результат дифференцирования по одной из переменных.
  - 2) Результат дифференцирования по этой переменной, при котором все остальные переменные считаются постоянными.
- 6. Полный дифференциал функции двух переменных – это:**
  - 1) Главная часть полного приращения функции, линейная относительно приращений  $\Delta x, \Delta y$ .
  - 2) Приращение аргумента
  - 3) Полное приращение функции.
- 7. Полный дифференциал функции двух переменных – это:**
  - 1) Сумма дифференциалов переменных  $x$  и  $y$ .
  - 2) Сумма приращений аргументов
  - 3) Сумма частных дифференциалов.
- 8. Частная производная функции  $z = \cos(x + y^2)$  по переменной  $x$  равна:**

- 1)  $-\sin(x + y^2)$
- 2)  $-\sin(x + y^2)(1 + y^2)$
- 3)  $\sin(x + y^2)$

**9. Частная производная функции  $z = \ln(x^3 - y^3)$  по переменной  $y$  равна:**

- 1)  $\frac{1}{x^3 - y^3}(x^3 - 3y^2)$
- 2)  $\frac{-3y^2}{x^3 - y^3}$
- 3)  $\frac{1}{x^3 - y^3}$

**10. Точка  $(x_0, y_0)$  – точка максимума функции, если:**

- 1) Значение  $f(x_0, y_0)$  меньше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
- 2) Значение  $f(x_0, y_0)$  больше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .

**11. Точка  $(x, y)$  – точка минимума функции, если:**

- 1) Значение  $f(x_0, y_0)$  меньше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
- 2) Значение  $f(x_0, y_0)$  больше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .

**12. Применение полного дифференциала для вычисления погрешностей основывается на том, что**

- 1) Дифференциал функции равен приращению функции
- 2) Дифференциал функции можно считать равным приращению функции при малых приращениях аргументов
- 3) Дифференциал функции равен приращению функции, а дифференциалы аргументов равны приращениям аргументов.

**13. Исследовать функцию  $z = 2x - 4y - x^2 - y^2$  на экстремум:**

- 1) Имеет локальный минимум в точке  $(1, -2)$
- 2) Имеет локальный максимум в точке  $(1, -2)$
- 3) Не имеет экстремума

**14. Исследовать функцию  $z = x^2 - y^2 - 5x + 6$  на экстремум:**

- 1) Имеет локальный минимум в точке  $(2, 5; 0)$
- 2) Имеет локальный максимум в точке  $(2, 5; 0)$
- 3) Не имеет экстремума

**15. Исследовать функцию  $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$  на экстремум:**

- 1) Имеет локальный минимум в точке  $(2, -2)$
- 2) Имеет локальный максимум в точке  $(2, -2)$
- 3) Не имеет экстремума

#### 4) Подготовить реферат

Использование полного дифференциала для:

- вычисления погрешностей косвенных измерений
- исследования функций объема производства.
- Прикладные задачи химии, биологии и физики, решаемые при помощи производной.

#### 5) Выполнить практические задания

Задание 1. Найти частные производные первого порядка функций двух переменных:  $z = xe^y$

Задание 2. Исследовать функцию  $z = f(x; y)$  на экстремумы:  $z = x^3 + y^3 - 3xy$

**Рекомендуемая литература:**

### Основная литература

- И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

### Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Методические указания для самостоятельной работы/ О.Л. Короткова, (рук.)
- Сборник тестовых заданий для промежуточного и текущего тестирования «Математический анализ. Вопросы тестового контроля: учебно-методическое пособие»/О.Л. Короткова, (рук.)

## Раздел 2. Элементы дифференцирования

### Тема 2.5. Итоговое занятие

**Цель:** оценить уровень сформированности знаний, умений и навыков студентов по данному разделу.

**Задачи:**

- оценить уровень понимания студентами основных понятий и законов линейной алгебры и аналитической геометрии.
- оценить умение студентов использовать рассматриваемые методы при решении типовых задач;
- оценить сформировать у студентов навыков использования рассматриваемых в данной теме методов решения типовых задач для решения ситуационных или практических задач

**Студент должен знать** Основные понятия, термины, законы линейной алгебры и аналитической геометрии.

**Студент должен уметь** Решать типовые задачи и задачи прикладного характера

**Студент должен владеть** Методами и приемами решения типовых задач по данной теме. Навыками работы со справочной и инструктивной литературой.

### Самостоятельная аудиторная работа студентов

#### 1. Практическая часть

Выполнить задания проверочной работы № 2 (по индивидуальному варианту).

1 курс, специальности Медицинская биохимия	<b>Проверочная работа №2 по дисциплине Математический анализ</b>  <b>ПРИМЕРНЫЙ ВАРИАНТ № 0</b>	«УТВЕРЖДАЮ»:  Заведующий кафедрой физики и информатики КирГМУ А.В. Шатров «__» _____ 201_г.
1. Найти производную функции одного аргумента:	$y = \sqrt{x} \cdot \ln^3 x$	$y = \frac{x^2 + 2}{x^3 - 3x}$
2. Найти полный дифференциал функции двух аргументов: $z = \cos\left(2x^2 y^2 + 2x^4 - 3y^2 + \frac{x}{y^2}\right)$		
3. Решить задачу с использованием полного дифференциала для вычисления погрешности косвенных измерений. Измерить объем пирамиды, если основание пирамиды – квадрат со стороной $a = a_0 \pm \Delta a = (4,0 \pm 0,1) \text{ см}$ , высота пирамиды $h = h_0 \pm \Delta h = (8,5 \pm 0,1) \text{ см}$ .		

### Самостоятельная внеаудиторная работа студентов

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

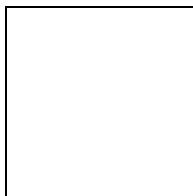
2) Проверить свои знания с использованием тестового контроля.

4) Провести тренировочное тестирование в системе Indigo.

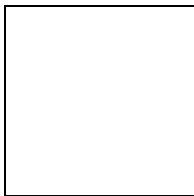
4) Выполнить практические задания.

Пример варианта проверочной работы

1. Найдите производную функции:



2. Найдите полный дифференциал функции:



3. Найдите, используя понятие дифференциала функции, абсолютную и относительную погрешности при измерении мощности в цепи переменного тока  $P = IU \cos \varphi$ , если в процессе измерений были получены результаты:

$$I = (1,30 \pm 0,25) \text{ А}, \quad U = (2,50 \pm 0,15) \text{ В}, \quad \varphi = \text{const} = 60^\circ = \frac{\pi}{3}.$$

**Рекомендуемая литература:**

Основная литература

• И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Методические указания для самостоятельной работы/О.Л. Короткова, (рук.)
- Сборник тестовых заданий для промежуточного и текущего тестирования «Математический анализ. Вопросы тестового контроля: учебно-методическое пособие»/О.Л. Короткова, (рук.)

**Раздел 3. Элементы интегрирования**

**Тема 3.1. Первообразная. Неопределенный интеграл.**

**Цель изучения раздела:** способствовать формированию системы теоретических знаний по интегральному исчислению и представлению зависимости результативной переменной от скорости ее изменения в виде дифференциального уравнения.

**Задачи:**

- Сформировать у студентов представление о возможностях и методах применения интегрального исчисления к анализу однофакторных зависимостей,
- Изучить методы интегрирования и решения дифференциальных уравнений,
- Сформировать у студентов навыки по применению методов интегрального исчисления для анализа однофакторных зависимостей.

**Обучающийся должен знать:** сферу применения интегрального исчисления в учебной и профессиональной деятельности и основные методы интегрального исчисления.

**Обучающийся должен уметь:** применять различные методы интегрального исчисления.

**Обучающийся должен владеть:** навыками по выбору методов интегрального исчисления для решения практических задач.

**Самостоятельная аудиторная работа студентов**

**1. Ответить на вопросы по теме занятия**

1. Первообразная и неопределенный интеграл, свойства неопределенного интеграла.
2. Неопределенные интегралы от основных элементарных функции.
3. Замена переменной под знаком интегрирования.
4. Определенный интеграл.
5. Геометрический и физический смысл определенного интеграла.
6. Несобственный интеграл.

## **2. Практическая работа на занятии**

### **2.1. Выполнение практических заданий (решение задач) под руководством преподавателя**

$\int (3x + 2)^2 dx$	$\int \frac{2 \cos^2 x + 1}{\cos^2 x} dx$	$\int \frac{1}{\sin^2 3x} dx$	$\int x \sin 2x dx$
$\int \frac{2\sqrt{x} - 3x^2}{x^2} dx$	$\int e^{2x+1} dx$	$\int \sqrt{2x - 3} dx$	$\int x^2 \sin 2x dx$

### **2.2. Самостоятельная групповая работа с контролем (проверкой) выполнения задания**

$\int x^2(1 + 2x) dx$	$\int \frac{\sin 2x}{\sin x} dx$	$\int e^x \sqrt{1 + e^x} dx$	$\int x e^x dx$
$\int \frac{4 - x}{\sqrt[4]{x^3}} dx$	$\int (e^x + e^{-x}) dx$	$\int \frac{1}{\cos^2 2x} dx$	$\int x^2 e^x dx$

### **2.3. Индивидуальная самостоятельная работа (отработка практических навыков)**

$\int (x + 1)(x + 2) dx$	$\int \frac{\sin^2 x - 3}{\sin^2 x} dx$	$\int \frac{1}{\sqrt{2x + 1}} dx$	$\int x \cos 3x dx$
$\int \frac{x^2 + \sqrt{x^3} + 3}{\sqrt{x}} dx$	$\int e^{2x+3} dx$	$\int \frac{1}{\cos^2(1 - 2x)} dx$	$\int x^2 \cos 3x dx$

### **2.4. Решение ситуационных задач**

Тело массой  $m$  движется с ускорением, которое изменяется по закону  $a = f(x) = 2,3 + 0,5x^2$ . Какую работу совершает это тело при перемещении между точками с координатами  $x_1$  и  $x_2$ ? Какая энергия расходуется при этом телом, если на преодоление силы трения тратится 40% всей энергии?

#### **Самостоятельная внеаудиторная работа обучающихся по теме:**

Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля

1. Что такое первообразная и неопределенный интеграл?
2. Какие Вы знаете свойства неопределенного интеграла?
3. В чем смысл замены переменной под знаком неопределенного интеграла?
4. Как связаны между собой неопределенный и определенный интегралы с одинаковой подынтегральной функцией?
5. Геометрический смысл несобственного интеграла.

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

**Тема 1.5.** 1. Первообразная – это:

- 1) число; 2) функция; 3) семейство функций; 4) нет верного ответа.

2. Неопределенный интеграл  $\int x^7 e^{-x^8} dx$  равен:

- 1)  $\frac{1}{7} e^{-x^7} + C$ ; 2)  $\frac{1}{8} e^{-x^8} + C$ ; 3)  $7x^6 e^{-x^8} + C$ ; 4)  $\frac{e^{-x^8}}{x^7} + C$ .

3. Определенный интеграл  $\int_0^1 4^{2x+1} dx$  равен:

- 1)  $\frac{30}{\ln 4}$ ; 2)  $60 \ln 4$ ; 3)  $30 \ln 4$ ; 4) 30.

4) Подготовить реферат

Несобственные интегралы.

Интегралы с переменным верхним пределом.

Двойные интегралы.

5) Выполнить практические задания

$\int (3x + 2)^2 dx$	$\int e^{2x+1} dx$	$\int \frac{1}{3} x \cos 3x dx$	$\int \frac{1}{(x+2)(x+3)} dx$
----------------------	--------------------	---------------------------------	--------------------------------

5) Написать реферат

Прикладные задачи химии, биологии и физики, решаемые при помощи интеграла.

**Рекомендуемая литература:**

Основная литература

• И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Методические указания для самостоятельной работы/О.Л. Короткова, (рук.)
- Сборник тестовых заданий для промежуточного и текущего тестирования «Математический анализ. Вопросы тестового контроля: учебно-методическое пособие»/О.Л. Короткова, (рук.)

**Раздел 3. Элементы интегрирования**

**Тема 3.2. Определенный интеграл**

**Цель изучения раздела:** способствовать формированию системы теоретических знаний по интегральному исчислению и представлению зависимости резульативной переменной от скорости ее изменения в виде дифференциального уравнения.

**Задачи:**

- Сформировать у студентов представление о возможностях и методах применения интегрального исчисления к анализу однофакторных зависимостей,
- Изучить методы интегрирования и решения дифференциальных уравнений,
- Сформировать у студентов навыки по применению методов интегрального исчисления для анализа однофакторных зависимостей.

**Обучающийся должен знать:** сферу применения интегрального исчисления в учебной и профессиональной деятельности и основные методы интегрального исчисления.

**Обучающийся должен уметь:** применять различные методы интегрального исчисления.

**Обучающийся должен владеть:** навыками по выбору методов интегрального исчисления для решения практических задач.

**Самостоятельная аудиторная работа студентов**

1. Ответить на вопросы по теме занятия

1. Первообразная, неопределенный и определенный интеграл.
2. Свойства определенного интеграла.
3. Замена переменной под знаком интегрирования.
4. Геометрический и физический смысл определенного интеграла.
5. Несобственный интеграл.

2. Практическая часть

2.1. Задачи для решения под руководством преподавателя

Задание 1. Вычислить определённые интегралы:

1.1.  $\int_1^4 \frac{dx}{x^2 + 2x}$ ; 1.2.  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin x \cos 2x dx$ ; 1.3.  $\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{3 - \cos^2 x} dx$ .

Задание 2. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}$$

Задание 3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \frac{1}{x^2}, y = -x, x = -2.$$

Задание 4. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:  $y = 2\sqrt{x}, y = 2x$ .

### 2.2. Задачи для группового решения (с проверкой у доски)

Задание 1. Вычислить определённые интегралы:

$$1.1. \int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 2x + 1}; 1.2. \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \cos 2x dx; 1.3. \int_0^1 \sqrt{4 - \sin^2 x} dx.$$

Задание 2. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}.$$

Задание 3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2 \cos x, y = 3 \cos x, x = -\pi, x = \pi.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:  $y = \sqrt{x}, y = x$ .

### 2.3. Задачи для индивидуальной работы

Задание 1. Вычислить определённые интегралы:

$$1.1. \int_2^4 \frac{dx}{x^2 - x - 2}; 1.2. \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cos x dx; 1.3. \int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{2 - \cos^2 x} dx.$$

Задание 2. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^3 - x^2}.$$

Задание 3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \operatorname{tg} x, y = 0, x = -\frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{4}.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:  $y = 2\sqrt{x}, y = 2, x = 4$ .

### **Самостоятельная внеаудиторная работа студентов**

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля и для собеседования:

1. В чем отличие и сходство этих понятий: Первообразная, неопределенный и определенный интеграл.
2. Свойства определенного интеграла.
3. Замена переменной под знаком интегрирования и пределов интегрирования.
4. Геометрический и физический смысл определенного интеграла.
5. Несобственный интеграл. Расходящиеся и сходящиеся интегралы.

4) Выполнить практические задания.

Задание 1. Вычислить определённые интегралы:

$$1.1. \int_1^2 \frac{dx}{x^2 - 7x + 12}; 1.2. \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin x \sin 2x dx; 1.3. \int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{2 - \sin^2 x} dx.$$



Задание 2. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^e x \ln x dx .$$

Задание 3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \sin x, y = 1, x = 0 .$$

Задание 4. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:  $y = x^2, y = 2x$ .

### Рекомендуемая литература:

#### Основная литература

• И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

#### Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Методические указания для самостоятельной работы/О.Л. Короткова, (рук.)
- Сборник тестовых заданий для промежуточного и текущего тестирования «Математический анализ. Вопросы тестового контроля: учебно-методическое пособие»/О.Л. Короткова, (рук.)

## Раздел 4. Дифференциальные уравнения

### Тема 4.1. Дифференциальные уравнения 1-го и 2-го порядка

**Цель:** способствовать формированию системы теоретических знаний по интегральному исчислению и представлению зависимости резульативной переменной от скорости ее изменения в виде дифференциального уравнения.

#### Задачи:

- Сформировать у студентов представление о возможностях и методах решения дифференциальных уравнений, моделирования функциональных процессов при помощи дифференциальных уравнений
- Изучить методы интегрирования и решения дифференциальных уравнений,
- Сформировать у студентов навыки по применению методов интегрального исчисления для анализа однофакторных зависимостей.

**Обучающийся должен знать:** сферу применения дифференциальных уравнений в учебной и профессиональной деятельности.

**Обучающийся должен уметь:** применять различные методы решения дифференциальных уравнений.

**Обучающийся должен владеть:** навыками по выбору методов решения дифференциальных уравнений для решения практических задач.

### Самостоятельная аудиторная работа студентов

#### 1. Ответить на вопросы по теме занятия

1. Что называется ДУ?
2. Как различается порядок ДУ?
3. Какие уравнения являются уравнениями 1 порядка с разделяющимися переменными?
4. Что является общим решением ДУ?
5. Как найти частное решение ДУ?
6. Сколько частных решений может иметь ДУ?
7. Алгоритм решения ДУ 1 порядка с разделяющимися переменными.
8. Алгоритм решения ДУ 2 порядка с постоянными коэффициентами.

#### 2. Практическая работа на занятии

##### 2.1. Выполнение практических заданий (решение задач) под руководством преподавателя

1. Выяснить, является ли решением ДУ указанная функция:  $(x + 2)dx - 2dy = 0$ ,

$$y = \frac{x^2}{4} + x$$

2. Найти общее решение ДУ 1-го порядка:  $y' = \sin x + \cos x$ .

3. Найти частное решение ДУ 1-го порядка:  $y' = e^x + 2e^{-x}$ , если  $y = 3$ , при  $x = 1$ .
4. Найти частное решение ДУ 2-го порядка:  $y'' - 5y = 0$

## 2.2. Самостоятельная групповая работа с контролем (проверкой) выполнения задания

1. Выяснить, является ли решением ДУ указанная функция:  $y'' - 2y' + y = 0$ ,  $y = x^2 + x$ .
2. Найти общее решение ДУ 1-го порядка:  $4x - 3y^2 y' = 0$ .
3. Найти частное решение ДУ 1-го порядка:  $3y^2 y' = y^3 + 1$ , если  $y = 2$ , при  $x = 0$ .
4. Найти частное решение ДУ 2-го порядка:  $2y'' - 6y' = 0$

## 2.3. Индивидуальная самостоятельная работа (отработка практических навыков)

1. Выяснить, является ли решением ДУ указанная функция:  $y' - y = e^x$ ,  $y = (x + 2)e^x$
2. Найти общее решение ДУ 1-го порядка:  $y' = 5y$ .
3. Найти частное решение ДУ 1-го порядка:  $\sin x dx = -dy$ , если  $y = 1$ , при  $x = \frac{\pi}{3}$
4. Найти частное решение ДУ 2-го порядка:  $2y'' - 6y' + 8y = 0$

## 2.4. Решение ситуационных задач

1. Скорость изменения численности населения региона пропорциональна его численности с коэффициентом, равным 0,011. Найти закон изменения численности населения со временем, если на данный момент его численность составляет 1,310 млн. чел.

## **Самостоятельная внеаудиторная работа обучающихся по теме:**

Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля:

1. Что называется ДУ? Как различается порядок ДУ?
2. Какие уравнения являются уравнениями 1 порядка с разделяющимися переменными?
3. Какие уравнения являются однородными уравнениями 1 порядка?
4. Какие уравнения являются линейными уравнениями 1 порядка?
5. Какие уравнения являются уравнениями Бернулли 1 порядка?
6. Что является общим решением ДУ?
7. Как найти частное решение ДУ?
8. Сколько частных решений может иметь ДУ?
9. Алгоритм решения ДУ 1 порядка с разделяющимися переменными.
10. Алгоритм решения ДУ 2 порядка попускающего понижение порядка.
11. Алгоритм решения ДУ 2 порядка с постоянными коэффициентами.
12. Алгоритм решения гармонического ДУ 2 порядка.

3) Подготовить реферат

1. Решение ДУ 2-го порядка, которые не содержат в записи переменную  $x$  или  $y$ .
2. Решение ДУ 2-го порядка в частных дифференциалах.

4) Выполнить практические задания

1. Выяснить, является ли решением ДУ указанная функция:  $y' - 2x = 1$ ,  $y = x^2 + x$
2. Найти общее решение ДУ 1-го порядка:  $dy + 3y dx = 0$ .
3. Найти частное решение ДУ 1-го порядка:  $y' = \frac{1}{x} + x^2$ , если  $y = 1 + \frac{e^3}{3}$ , при  $x = e$ .
4. Найти частное решение ДУ 2-го порядка:  $y'' + 6y' + 9y = 0$

## **Рекомендуемая литература:**

### Основная литература

- И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

### Дополнительная литература

1. А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва:

"ГЭОТАР-Медиа", 2014

2. Методические указания для самостоятельной работы/О.Л. Короткова, (рук.)
3. Сборник тестовых заданий для промежуточного и текущего тестирования «Математический анализ. Вопросы тестового контроля: учебно-методическое пособие»/О.Л. Короткова, (рук.)

#### Раздел 4. Дифференциальные уравнения

##### Тема 4.2. Применение диф. уравнений для моделирования процессов.

**Цель:** способствовать формированию системы теоретических знаний по интегральному исчислению и представлению зависимости результирующей переменной от скорости ее изменения в виде дифференциального уравнения.

**Задачи:**

- Сформировать у студентов представление о возможностях и методах решения дифференциальных уравнений, моделирования функциональных процессов при помощи дифференциальных уравнений
- Изучить методы интегрирования и решения дифференциальных уравнений,
- Сформировать у студентов навыки по применению методов интегрального исчисления для анализа однофакторных зависимостей.

**Обучающийся должен знать:** сферу применения дифференциальных уравнений в учебной и профессиональной деятельности.

**Обучающийся должен уметь:** применять различные методы решения дифференциальных уравнений.

**Обучающийся должен владеть:** навыками по выбору методов решения дифференциальных уравнений для решения практических задач.

#### Самостоятельная аудиторная работа студентов

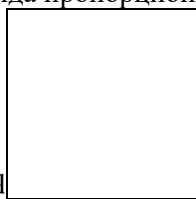
##### 1. Ответить на вопросы по теме занятия

1. Что называется ДУ? Как различается порядок ДУ?
2. Что является общим решением ДУ?
3. Как найти частное решение ДУ?
4. Сколько частных решений может иметь ДУ?
5. Как при помощи производной задать градиент? Скорость? Ускорение изменения величины?
6. При каких условиях изменение функции можно заменить ее дифференциалом?

##### 2. Практическая часть

###### 2.1. Задачи для решения под руководством преподавателя

Наэлектризованное полированное тело, вследствие несовершенности изоляции постоянно теряет свой заряд. Скорость потери заряда пропорциональна его величине. В начальный момент времени  $q_0 = 100$  Кл,



а по истечении  $t = 10$  мин.,  $q$   = 50 Кл. Определить величину этого заряда через 30 мин.

###### 2.2. Задачи для группового решения (с проверкой у доски)

Если при прохождении через слой воды толщиной 3 м поглощается половина первоначальной интенсивности света, то какая часть этого количества дойдет до глубины 30 м. Количество света, поглощенного при прохождении через тонкий слой воды, пропорционально толщине слоя и количеству света, падающего на его поверхность.

###### 2.3. Задачи для индивидуальной работы

Скорость распада атомов радиоактивного элемента пропорциональна числу не распавшихся атомов на данный момент времени. За 30 дней распалось 50% первоначального количества радиоактивного вещества. Через сколько дней останется 1% первоначального количества?

###### 2.4. Ситуационные задачи

Скорость увеличения массы колонии бактерий, помещенной в питательный раствор, в любой момент времени обратно-пропорциональна квадрату имеющейся массы. Найти закон изменения массы колонии бактерий в питательном растворе, если ее начальная масса 10 мг, а через 10 часов увеличится в два раза.

Какую окончательную массу будет иметь колония бактерий, если питательного раствора ей хватит на двое суток?

### Самостоятельная внеаудиторная работа студентов

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля и для собеседования:

1. Как при помощи производной задать градиент? Скорость? Ускорение изменения величины?
2. При каких условиях изменение функции можно заменить ее дифференциалом?
3. Что называется ДУ? Как различается порядок ДУ?
4. Что является общим решением ДУ?
5. Как найти частное решение ДУ?
6. Сколько частных решений может иметь ДУ?

3) Выполнить практические задания.

При гидропонном выращивании растений скорость уменьшения массы питательного вещества, вводимого в воду, пропорциональна квадрату наличной массы в любой момент времени. Найти зависимость изменения массы питательного вещества от времени, если было введено 100 г на литр, а через день его содержание уменьшилось в два раза.

4) Написать реферат

- Дифференциальные модели в биологии.
- Дифференциальные модели в химии.

### Рекомендуемая литература:

#### Основная литература

- И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

#### Дополнительная литература

4. А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
5. Методические указания для самостоятельной работы/О.Л. Короткова, (рук.)
6. Сборник тестовых заданий для промежуточного и текущего тестирования «Математический анализ. Вопросы тестового контроля: учебно-методическое пособие»/О.Л. Короткова, (рук.)

## Раздел 4. Дифференциальные уравнения

### Тема 4.3. Итоговое занятие

**Цель:** оценить уровень сформированности знаний, умений и навыков студентов по данному разделу.

#### Задачи:

- оценить уровень понимания студентами основных понятий и законов интегрального исчисления и теории дифференциальных уравнений.
- оценить умение студентов использовать рассматриваемые методы при решении типовых задач;
- оценить сформировать у студентов навыков использования рассматриваемых в данной теме методов решения типовых задач для решения ситуационных или практических задач

**Студент должен знать** Основные понятия, термины, законы интегрального исчисления и теории дифференциальных уравнений.

**Студент должен уметь** Решать типовые задачи и задачи прикладного характера

**Студент должен владеть** Методами и приемами решения типовых задач по данной теме. Навыками работы со справочной и инструктивной литературой.

### Самостоятельная аудиторная работа студентов

#### 1. Практическая часть

Выполнить задания проверочной работы № 3 (по индивидуальному варианту).

1. Найти неопределенный интеграл:	$\int \frac{3x^2 dx}{(2x^3 + 5)^3}$	$\int 5x \cdot \sin \frac{x}{3} dx$
2. Найти решение дифференциального уравнения 1-го порядка с разделяющимися пере-		

менными:  $y' = 3y^3$

3. Решить задачу при помощи дифференциального уравнения.

Интенсивность излучения при прохождении через вещество убывает пропорционально толщине слоя вещества и величине падающего излучения. Найти закон поглощения излучения данным веществом, если при прохождении слоя толщиной 5 см интенсивность убывает в 4 раза.

### Самостоятельная внеаудиторная работа студентов

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

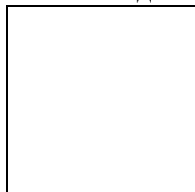
2) Проверить свои знания с использованием тестового контроля.

Провести тренировочное тестирование в системе Indigo.

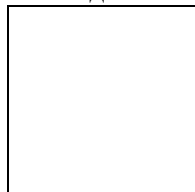
3) Выполнить практические задания.

Пример варианта проверочной работы. См. Методические указания для самостоятельной работы.

1. Найдите интегралы: а).



в).



2. Найдите частное решение дифференциального уравнения:  $xyu' = 3y^2 - 1$ , если  $y(1) = 1$ .

3. Если первоначальное количество фермента равно 1г, а через час становится равным 1,2г, то чему будет равно его количество через 5 часов после начала брожения. Скорость прироста фермента считать пропорциональной его количеству.

### Рекомендуемая литература:

#### Основная литература

• И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

#### Дополнительная литература

7. А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014

8. Методические указания для самостоятельной работы/О.Л. Короткова, (рук.)

9. Сборник тестовых заданий для промежуточного и текущего тестирования «Математический анализ. Вопросы тестового контроля: учебно-методическое пособие»/О.Л. Короткова, (рук.).

## Раздел 5. Ряды

### Тема 5.1. Разложение функций в ряд

**Цель:** способствовать формированию системы теоретических знаний по теории рядов.

#### Задачи:

- Сформировать у студентов представление о возможностях функциональных рядов и разложения функций в ряд
- Изучить методы исследования функциональных рядов и разложения функций в ряд,
- Сформировать у студентов навыки по применению рядов для анализа однофакторных зависимостей.

**Обучающийся должен знать:** сферу применения теории рядов в учебной и профессиональной деятельности.

**Обучающийся должен уметь:** применять различные методы исследования функциональных рядов и разложения функций в ряд

**Обучающийся должен владеть:** навыками по выбору методов исследования функциональных рядов и разложения функций в ряд для решения практических задач.

### Самостоятельная аудиторная работа студентов

#### 1. Ответить на вопросы по теме занятия

1. Что называется числовым рядом?
2. Что называется общим членом числового ряда?
3. Что называется суммой числового ряда?

4. Свойства числовых рядов.
5. Условия сходимости числового ряда.
6. Что называется функциональным рядом?
7. Как разложить функцию в ряд?

## 2. Практическая часть

### 2.1. Задачи для решения под руководством преподавателя

**Задание 1.** Составить формулу общего члена числового ряда:  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$

**Задание 2.** Найти 5-й член числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{\pi n}{4}$ .

**Задание 3.** Найти частичную сумму  $S_5$  числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+3}$ .

**Задание 4.** Исследовать на сходимость числовые ряды:

4.1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-4}{2n+6}$ . 4.2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ . 4.3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^3-1}$ . 4.4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2n}}{n!}$ . 4.5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+5}{\cos n}$ .

**Задание 5.** Исследовать на сходимость знакопеременные ряды:

5.1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$ . 5.2.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot 0,5^n$ .

**Задание 6.** Найти радиус, интервал и область сходимости ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ .

**Задание 7.** Используя формулу разложения в ряд Маклорена функции  $(1+x)^\alpha$ , вычислить значение  $\sqrt[3]{30}$  с точностью до 0,001.

### 2.2. Задачи для группового решения (с проверкой у доски)

**Задание 1.** Составить формулу общего члена числового ряда:  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$

**Задание 2.** Найти 5-й член числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi n}{4}$ .

**Задание 3.** Найти частичную сумму  $S_5$  числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{4n-3}$ .

**Задание 4.** Исследовать на сходимость числовые ряды:

4.1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-4n+1}{2n^2+n}$ . 4.2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$ . 4.3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{(n+1)^2(n+2)^2}$ . 4.4.  $\sum_{n=1}^{\infty} (1 + \frac{1}{\ln x})$ . 4.5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n+1}$ .

**Задание 5.** Исследовать на сходимость знакопеременные ряды:

5.1.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$ . 5.2.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot 0,3^n$ .

**Задание 6.** Найти радиус, интервал и область сходимости ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$ .

**Задание 7.** Используя формулу разложения в ряд Маклорена функции  $e^x$ , вычислить значение  $e^2$  с точностью до 0,001.

### 2.3. Задачи для индивидуальной работы

**Задание 1.** Составить формулу общего члена числового ряда:  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots$

**Задание 2.** Найти 5-й член числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} (2n-1) \right)$ .

**Задание 3.** Найти частичную сумму  $S_5$  числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{2n-1}$ .

**Задание 4.** Исследовать на сходимость числовые ряды:

4.1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 4n - 1}{n^2 + 4n - 1}$ . 4.2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3}}$ . 4.3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 3}{(n+1)^2 (n+2)}$ . 4.4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{1}{n}$ . 4.5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n + 1}$ .

**Задание 5.** Исследовать на сходимость знакопеременные ряды:

5.1.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{n^2 + 1}$ . 5.2.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot 3^n$ .

**Задание 6.** Найти радиус, интервал и область сходимости ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$ .

**Задание 7.** Используя формулу разложения в ряд Маклорена функции  $(1+x)^\alpha$ , вычислить значение  $\sqrt[3]{70}$  с точностью до 0,001.

### Самостоятельная внеаудиторная работа студентов

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля и для собеседования:

1. Что называется числовым рядом?
2. Что называется общим членом числового ряда?
3. Что называется суммой числового ряда?
4. Свойства числовых рядов.
5. Выписать формулировки теорем о сходимости числового ряда.
6. Условия сходимости числового ряда.
7. Что называется функциональным рядом?
8. Как разложить функцию в ряд?
9. Выписать формулы разложения функций в ряд Тейлора.
10. Выписать формулы разложения функций в ряд Маклорена.

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля.

**Вопрос № 1.** Какая из перечисленных ниже формул является формулой  $n$ -го члена ряда:  
 $1 - 2 + 4 - 8 + \dots$ :

\*а)  $a_n = (-1)^n \cdot 2^{n-1}$ ; б)  $a_n = -2^{n-1}$ ; в)  $a_n = -2^n$ ; г)  $a_n = (-1)^{n-1} \cdot 2^{n-1}$ .

**Вопрос № 2.** Какая из перечисленных ниже формул является формулой  $n$ -го члена ряда:  
 $-1 - 2 - 4 - 8 - \dots$ :

а)  $a_n = (-1)^n \cdot 2^{n-1}$ ; \*б)  $a_n = -2^{n-1}$ ; в)  $a_n = -2^n$ ; г)  $a_n = (-1) \cdot 2^n$ .

**Вопрос № 3.** Какая из перечисленных ниже формул является формулой  $n$ -го члена ряда:  
 $-1 + 2 - 4 + 8 - \dots$ :

\*а)  $a_n = (-1)^n \cdot 2^{n-1}$ ; б)  $a_n = -2^{n-1}$ ; в)  $a_n = -2^n$ ; г)  $a_n = (-1) \cdot 2^n$ .

**Вопрос № 4.** Какая из перечисленных ниже формул является формулой  $n$ -го члена ряда:

$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ :

а)  $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ ; б)  $a_n = \frac{(-1)^n}{2^n}$ ; в)  $a_n = \frac{(-1)^n}{2^{n-1}}$ ; \*г)  $a_n = \frac{(-1)^{n-1}}{2^{n-1}}$ .

**Вопрос № 5.** Какая из перечисленных ниже формул является формулой  $n$ -го члена ряда:

$$-1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \dots:$$

\*а)  $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ ; б)  $a_n = \frac{(-1)^n}{2^n}$ ; в)  $a_n = \frac{(-1)^n}{2^{n-1}}$ ; г)  $a_n = \frac{(-1)^{n-1}}{2^{n-1}}$ .

**Вопрос № 6.** Какая из перечисленных ниже формул является формулой  $n$ -го члена ряда:

$$-1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \dots:$$

а)  $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ ; б)  $a_n = \frac{(-1)^n}{2^n}$ ; \*в)  $a_n = \frac{(-1)^n}{2^{n-1}}$ ; г)  $a_n = \frac{(-1)^{n-1}}{2^{n-1}}$ .

**Вопрос № 7.** Указать, чему равен 5-й член ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$ :

а)  $\frac{5}{6}$ ; \*б)  $-\frac{5}{6}$ ; в)  $\frac{6}{5}$ ; г)  $-\frac{6}{5}$ .

**Вопрос № 8.** Указать, чему равен 5-й член ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{n+1}$ :

\*а)  $\frac{5}{6}$ ; б)  $-\frac{5}{6}$ ; в)  $\frac{6}{5}$ ; г)  $-\frac{6}{5}$ .

**Вопрос № 9.** Указать, чему равен 5-й член ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n}$ :

а)  $\frac{5}{6}$ ; б)  $-\frac{5}{6}$ ; в)  $\frac{6}{5}$ ; \*г)  $-\frac{6}{5}$ .

**Вопрос № 10.** Указать, чему равна частичная сумма  $S_4$  ряда  $-1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \dots$ :

а)  $\frac{5}{8}$ ; б)  $-3$ ; \*в)  $-\frac{5}{8}$ ; г)  $3$ .

**Вопрос № 11.** Указать, чему равна частичная сумма  $S_4$  ряда  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ :

\*а)  $\frac{5}{8}$ ; б)  $-3$ ; в)  $-\frac{5}{8}$ ; г)  $3$ .

**Вопрос № 12.** Указать, чему равна частичная сумма  $S_4$  ряда  $1 - 2 + 4 - 8 + \dots$ :

а)  $\frac{5}{8}$ ; \*б)  $-3$ ; в)  $-\frac{5}{8}$ ; г)  $3$ .

**Вопрос № 13.** Какое из перечисленных утверждений является верным:

- а) “сумма числового ряда – это сумма всех его членов”;
- \*б) “сумма числового ряда – это предел его частичных сумм”;
- в) “сумма числового ряда – это сумма  $n$  первых его членов”;
- г) “сумма числового ряда – это сумма абсолютных величин его членов”.

**Вопрос № 14.** Какое из перечисленных утверждений является верным:

- а) “частичная сумма числового ряда – это сумма всех его членов”;
- б) “частичная сумма числового ряда – это предел его частичных сумм”;
- \*в) “частичная сумма числового ряда – это сумма  $n$  первых его членов”;
- г) “частичная сумма числового ряда – это сумма абсолютных величин его членов”.

**Вопрос № 15.** Какое из перечисленных утверждений является верным:

- \*а) “ $n$ -й остаток числового ряда – это разность сумма всех его членов и  $n$ -й частичной суммы”;
- б) “ $n$ -й остаток числового ряда – это предел его частичных сумм”;
- в) “ $n$ -й остаток числового ряда – это сумма  $n$  первых его членов”;
- г) “ $n$ -й остаток числового ряда – это разность всех его членов и суммы абсолютных величин его членов”.



**Вопрос № 16.** Какое из перечисленных утверждений является верным:

- а) “если предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  равен нулю, то ряд сходится”;
- б) “если предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  равен нулю, то ряд расходится”;
- в) “если ряд расходится, то предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  не равен нулю”;
- \*г) “если ряд сходится, то предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  равен нулю”.

**Вопрос № 17.** Какое из перечисленных утверждений является верным:

- а) “если предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  равен нулю, то ряд сходится”;
- \*б) “если предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  не равен нулю, то ряд расходится”;
- в) “если ряд расходится, то предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  не равен нулю”;
- г) “если ряд сходится, то предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  не равен нулю”.

**Вопрос № 18.** Какое из перечисленных утверждений является верным:

- а) “если предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  равен нулю, то ряд сходится”;
- \*б) “если предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  равен нулю, то ряд может, как сходиться, так и расходиться”;
- в) “если ряд расходится, то предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  не равен нулю”;
- г) “если ряд сходится, то предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  не равен нулю”.

**Вопрос № 19.** Какое из перечисленных утверждений является верным:

- \*а) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  сходится при  $p > 1$ ”;
- б) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  расходится при  $p > 1$ ”;
- в) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  сходится при  $p \geq 1$ ”;
- г) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  расходится при  $p \geq 1$ ”.

**Вопрос № 20.** Какое из перечисленных утверждений является верным:

- а) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  сходится при  $p \leq 1$ ”;
- б) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  расходится при  $p > 1$ ”;
- в) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  сходится при  $p \geq 1$ ”;
- \*г) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  расходится при  $p \leq 1$ ”.

**Вопрос № 21.** Какое из перечисленных утверждений является верным:

- а) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  сходится при  $p \leq 1$ ”;
- б) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  расходится при  $p > 1$ ”;
- \*в) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  сходится при  $p = 2$ ”;
- г) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  расходится при  $p \geq 1$ ”.

**Вопрос № 22.** Указать, чему равна сумма ряда  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$ :

- а)  $\frac{1}{9}$ ; б)  $\frac{1}{2}$ ; \*в) 1; г) 2.

**Вопрос № 23.** Указать, чему равна сумма ряда  $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ :

а)  $\frac{1}{9}$ ; \*б)  $\frac{1}{2}$ ; в) 1; г) 2.

**Вопрос № 24.** Указать, чему равна сумма ряда  $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots + \frac{1}{10^n} + \dots$ :

\*а)  $\frac{1}{9}$ ; б)  $\frac{1}{2}$ ; в) 1; г) 2.

**Вопрос № 25.** Если при исследовании ряда на сходимость по признаку Д'Аламбера установлено, что

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 0$ , это означает, что:

\*а) ряд сходится; б) ряд расходится; в) ряд может, как сходиться, так и расходиться;  
г) вопрос о сходимости остаётся открытым.

**Вопрос № 26.** Если при исследовании ряда на сходимость по признаку Д'Аламбера установлено, что

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \infty$ , это означает, что:

а) ряд сходится; \*б) ряд расходится; в) ряд может, как сходиться, так и расходиться;  
г) вопрос о сходимости остаётся открытым.

**Вопрос № 27.** Если при исследовании ряда на сходимость по признаку Д'Аламбера установлено, что

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 2$ , это означает, что:

а) ряд сходится; \*б) ряд расходится; в) ряд может, как сходиться, так и расходиться;  
г) вопрос о сходимости остаётся открытым.

**Вопрос № 28.** Указать, чему равен радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} n(x-2)^{n-1}$ :

а) 0; б)  $\frac{1}{2}$ ; \*в) 1; г) 2.

**Вопрос № 29.** Указать, чему равен радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}(x-1)^{n+1}$ :

а) 0; б)  $\frac{1}{2}$ ; \*в) 1; г) 2.

**Вопрос № 30.** Указать, чему равен радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n(x+2)^n$ :

а) 0; \*б)  $\frac{1}{2}$ ; в) 1; г) 2.

#### 4) Выполнить практические задания.

**Задание 1.** Составить формулу общего члена числового ряда:  $-1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{16} - \dots$

**Задание 2.** Найти 5-й член числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} ctg \left( \frac{\pi}{6}(2n-1) \right)$ .

**Задание 3.** Найти частичную сумму  $S_5$  числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{n+1}$ .

**Задание 4.** Исследовать на сходимость числовые ряды:

4.1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - n + 3}{n^2 + 2n + 5}$ . 4.2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n^3}}$ . 4.3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 3}{(n+1)^2(n+2)}$ . 4.4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(n+1)!}$ . 4.5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^3}{n^{2n}}$ .

**Задание 5.** Исследовать на сходимость знакопеременные ряды:

$$5.1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}}. \quad 5.2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot 0,1^n.$$

**Задание 6.** Найти радиус, интервал и область сходимости ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n-1}}{2n}$ .

**Задание 7.** Используя формулу разложения в ряд Маклорена функции  $\sin x$ , вычислить значение  $\sin 1^0$  с точностью до 0,0001.

**Рекомендуемая литература:**

Основная литература

• И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Методические указания для самостоятельной работы/ О.Л. Короткова, (рук.)
- Сборник тестовых заданий для промежуточного и текущего тестирования «Математический анализ. Вопросы тестового контроля: учебно-методическое пособие»/О.Л. Короткова, (рук.)

## Раздел 5. Ряды

### Тема 5.2. Итоговое занятие

**Цель:** оценить уровень сформированности знаний, умений и навыков студентов по дисциплине.

**Задачи:**

- оценить уровень понимания студентами основных понятий и математического анализа.
- оценить умение студентов использовать рассматриваемые методы при решении типовых задач;
- оценить сформировать у студентов навыков использования рассматриваемых в данной дисциплине методов решения типовых задач для решения ситуационных или практических задач

**Студент должен знать** Основные понятия, термины, законы математического анализа

**Студент должен уметь** Решать типовые задачи и задачи прикладного характера

**Студент должен владеть** Методами и приемами решения типовых задач.  
Навыками работы со справочной и инструктивной литературой.

### Самостоятельная аудиторная работа студентов

#### 1. Практическая часть

1.1. Выполнить задания итогового тестирования по индивидуальному варианту (в компьютерном классе или на бумажном носителе – по указанию преподавателя).

1.2. Сдать зачет по практическим навыкам – решению типовых и ситуационных задач. (в случае имеющих задолженностей по текущим контрольным мероприятиям и занятиям).

#### Самостоятельная внеаудиторная работа студентов

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Проверить свои знания с использованием тестового контроля.

Провести тренировочное тестирование в системе Indigo.

**Рекомендуемая литература:**

Основная литература

• И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Методические указания для самостоятельной работы/ О.Л. Короткова, (рук.)
- Сборник тестовых заданий для промежуточного и текущего тестирования «Математический анализ. Вопросы тестового контроля: учебно-методическое пособие»/О.Л. Ко-

роткова, (рук.)

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ**  
образовательное учреждение высшего образования  
«Кировский государственный медицинский университет»  
Министерства здравоохранения Российской Федерации

**Кафедра физики и медицинской информатики**

**Приложение Б к рабочей программе дисциплины**

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА**

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

**«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

Специальность 30.05.01 Медицинская биохимия  
Направленность (профиль) ОПОП – Медицинская биохимия  
(очная форма обучения)

**1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы**

№ п / п	Номер/индекс компетенции	Результаты освоения ОПОП (содержание компетенции)	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине			Разделы дисциплины, при освоении которых формируется компетенция	Номер семестра, в котором формируется компетенция
			Знать	Уметь	Владеть		
1	2	3	4	5	6	7	8
1	<b>ОК-5</b>	готовностью к саморазвитию, самореализации, самообразованию, использованию творческого потенциала	31. Основы сбора, хранения, поиска, переработки, преобразования, распространения медицинской информации, способы системной обработки и наглядного представления данных медицинской литературы и собственных наблюдений.	У1. Логически и аргументировано анализировать информацию, публично выступать, вести дискуссию; пользоваться учебной, научной литературой, сетью Интернет для профессиональной деятельности.	В1. Грамотно поставленной речью, навыками ведения диалога; технологиями поиска информации в библиотечных системах и сети Интернет; способностью анализировать и сравнивать полученную научно-медицинскую информацию, делать выводы.	Раздел 1. Введение в высшую математику Раздел 2. Элементы дифференцирования Раздел 3. Элементы интегрирования Раздел 4. Дифференциальные уравнения Раздел 5. Ряды	Семестры 1, 2
2	<b>ПК-13</b>	способностью к организации и проведению научных исследований, включая выбор цели и формулировку задач, планирование,	36. Правила публикации результатов научных исследований; правила информационной безопасности.	У6. Представлять результаты научных исследований. Адекватно соблюдать правила информационной безопасности.	В6. Правилами представления результатов научных исследований в соответствии с правилами информационной безопасности. Методикой написания научной статьи и тезисов. Навыками пред-	Раздел 1. Введение в высшую математику Раздел 2. Элементы дифференцирования Раздел 3. Элементы интегрирования Раздел 4. Диф-	Семестры 1, 2

	подбор адекватных методов, сбор, обработку, анализ данных и публичное их представление с учетом требований информационной безопасности			ставления результатов работы в письменной и устной форме. Навыками публичных выступлений.	ференциальные уравнения Раздел 5. Ряды	
--	--	--	--	---	---	--

## 2. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Показатели оценивания	Критерии и шкалы оценивания				Оценочное средство	
	не удовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично	для текущего контроля	для промежуточной аттестации
<b>ОК-5</b>						
Знать	Знает отрывочно основы сбора, хранения, поиска, переработки, преобразования, распространения медицинской информации, способы системной обработки и наглядного представления данных медицинской литературы и собственных наблюдений.	Знает частично основы сбора, хранения, поиска, переработки, преобразования, распространения медицинской информации, способы системной обработки и наглядного представления данных медицинской литературы и собственных наблюдений.	Знает в основном основы сбора, хранения, поиска, переработки, преобразования, распространения медицинской информации, способы системной обработки и наглядного представления данных медицинской литературы и собственных наблюдений.	Знает основы сбора, хранения, поиска, переработки, преобразования, распространения медицинской информации, способы системной обработки и наглядного представления данных медицинской литературы и собственных наблюдений.	Реферат, тесты	Собеседование, тест
Уметь	В целом не умеет самостоятельно логически и аргументировано анализировать информацию, публично выступать, вести дискуссию; пользоваться учебной, научной литературой, сетью Интернет для профессиональной деятельности.	Умеет частично логически и аргументировано анализировать информацию, публично выступать, вести дискуссию; пользоваться учебной, научной литературой, сетью Интернет для профессиональной деятельности, может допускать существенные ошибки.	Умеет логически и аргументировано анализировать информацию, публично выступать, вести дискуссию; пользоваться учебной, научной литературой, сетью Интернет для профессиональной деятельности, но может допускать несущественные ошибки.	Умеет самостоятельно логически и аргументировано анализировать информацию, публично выступать, вести дискуссию; пользоваться учебной, научной литературой, сетью Интернет для профессиональной деятельности.	Типовые и ситуационные задачи, проверочная работа, реферат, тесты	Собеседование, практические умения, тест
Владеть	Не владеет грамотно поставленной речью, навыками ведения диалога; технологиями поиска информации в библиотечных си-	Владеет частично грамотно поставленной речью, навыками ведения диалога; технологиями поиска информации в библиотеч-	У1. Владеет в основном грамотно поставленной речью, навыками ведения диалога; технологиями поиска информации в биб-	Владеет в полном объеме грамотно поставленной речью, навыками ведения диалога; технологиями поиска информации в биб-	Типовые и ситуационные задачи, проверочная работа,	Собеседование, практические умения, тест

	стемах и сети Интернет; способностью анализировать и сравнивать полученную научно-медицинскую информацию, делать выводы	ных системах и сети Интернет; способностью анализировать и сравнивать полученную научно-медицинскую информацию, делать выводы	лиотечных системах и сети Интернет; способностью анализировать и сравнивать полученную научно-медицинскую информацию, делать выводы	лиотечных системах и сети Интернет; способностью анализировать и сравнивать полученную научно-медицинскую информацию, делать выводы	реферат, тесты	
<b>ПК-13</b>						
Знать	Не знает правила представления результатов научных исследований; правила информационной безопасности.	Знает фрагментарно правила представления результатов научных исследований; правила информационной безопасности.	Знает в основном правила представления результатов научных исследований; правила информационной безопасности.	Знает в полном объеме правила представления результатов научных исследований; правила информационной безопасности.	Реферат, тесты	Собеседование, тест
Уметь	Не умеет представлять результаты научных исследований; адекватно соблюдать правила информационной безопасности.	Умеет частично представлять результаты научных исследований; адекватно соблюдать правила информационной безопасности.	Умеет в основном представлять результаты научных исследований; адекватно соблюдать правила информационной безопасности.	Умеет самостоятельно представлять результаты научных исследований; адекватно соблюдать правила информационной безопасности.	Типовые и ситуационные задачи, проверочная работа, реферат, тесты	Собеседование, практические умения, тест
Владеть	Не владеет правилами представления результатов научных исследований в соответствии с правилами информационной безопасности; методикой написания научной статьи и тезисов; навыками представления результатов работы в письменной и устной форме; навыками публичных выступлений.	Владеет частично правилами представления результатов научных исследований в соответствии с правилами информационной безопасности; методикой написания научной статьи и тезисов; навыками представления результатов работы в письменной и устной форме; навыками публичных выступлений.	Владеет в основном правилами представления результатов научных исследований в соответствии с правилами информационной безопасности; методикой написания научной статьи и тезисов; навыками представления результатов работы в письменной и устной форме; навыками публичных выступлений.	Владеет в полном объеме правилами представления результатов научных исследований в соответствии с правилами информационной безопасности; методикой написания научной статьи и тезисов; навыками представления результатов работы в письменной и устной форме; навыками публичных выступлений.	Типовые и ситуационные задачи, проверочная работа, реферат, тесты	Собеседование, практические умения, тест

### 3. Типовые контрольные задания и иные материалы

#### 3.1. Примерные тестовые задания, критерии оценки

Тестовые задания 1 уровня (ОК-5, ПК-13):

**1. Функцией  $y = f(x)$  называется**

- 1). множество значений переменной величины  $y$ , вычисленных при подстановке значений переменной величины  $x$  в соответствующую формулу
- 2). соответствие, по которому для любого определенного значения переменной величины  $x$  можно вычислить единственное значение переменной величины  $y$
- 3). соответствие, по которому для любого определенного значения переменной величины  $y$  можно вычислить единственное значение переменной величины  $x$

**2. Областью определения функции  $y = f(x)$  называется**

- 1). множество значений, которые может принимать переменная величина  $x$  в данном соответствии
- 2). множество значений, которые может принимать переменная величина  $y$  в данном соответствии
- 3). множество значений переменной величины  $x$ , которые берутся при нахождении переменной величины  $y$

**3. Множеством значений функции  $y = f(x)$  называется**

1. Множество значений, которые может принимать переменная величина  $x$  в данном соответствии.
2. Множество значений, которые может принимать переменная величина  $y$  в данном соответствии.
3. Множество значений переменной величины  $x$ , которые берутся при нахождении переменной величины  $y$ .

**4. Графиком функции  $y = f(x)$  называется:**

1. Линия, соединяющая точки с координатами  $(x; y = f(x))$ .
2. Множество точек с координатами  $(x; y = f(x))$

**5. Область определения функции  $Y = \frac{x^2 - 1}{x}$ :**

- 1  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .
- 2  $x \in (-\infty; 0) \cap (0; +\infty)$ .
- 3  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup (1; +\infty)$ .

**6. Функция называется непрерывной на промежутке (а; b) если:**

1. Аргумент этой функции может принимать любые значения из этого промежутка.
2. Функция может принимать любые значения из этого промежутка.

**7. Производной  $Y'$  непрерывной функции  $y = f(x)$  называется:**

1.  $Y' = \lim \frac{\Delta x}{\Delta Y}$ . при  $\Delta Y \rightarrow 0$ .
2.  $Y' = \lim \frac{\Delta Y}{\Delta x}$ . при  $\Delta x \rightarrow 0$ .
3.  $Y' = \lim \frac{\Delta Y}{\Delta x}$ . при  $\Delta x \rightarrow \infty$ .

**8. Второй производной или производной второго порядка  $Y''$  функции  $y = f(x)$  называется:**

1. Производная от производной функции  $Y'' = (Y)'$ .
2. Квадрат ее производной  $Y'' = (Y')^2$ .



3. Производная от степенной функции второго порядка

$$Y'' = (Ax^2 + Bx + C)^2.$$

9. Производная функции  $Y = \frac{2x^3}{3}$  равна:

1.  $Y' = 2x^2$ .
2.  $Y' = 3x^4$ .
3.  $Y' = 3x^2$ .

10. Производная функции  $Y = \sin^2 x$  равна:

1.  $Y' = \cos^2 x$ .
2.  $Y' = \cos 2x$ .
3.  $Y' = \sin 2x$ .

11. Дифференциал функции:

1. Главная часть приращения функции.
2. Приращение аргумента.
3. Первообразная.

12. Геометрический смысл первой производной:

1. Угловой коэффициент касательной к графику функции.
2. Приращение аргумента.
3. Скорость изменения функции.

13. Механический смысл первой производной:

1. Угловой коэффициент касательной к графику функции.
2. Приращение функции.
3. Скорость изменения функции.

14. Механический смысл второй производной:

1. Угловой коэффициент касательной к графику функции.
2. Приращение функции.
3. Скорость изменения скорости (ускорение) функции.

15. Если функция возрастает на интервале, то на этом интервале:

1. Производная функции равна нулю.
2. Производная функции больше нуля.
3. Производная функции меньше нуля.

16. Если функция убывает на интервале, то на этом интервале:

1. Производная функции равна нулю.
2. Производная функции больше нуля.
3. Производная функции меньше нуля.

17. Если график функции является выпуклым на интервале, то на этом интервале:

1. Вторая производная функции равна нулю.
2. Вторая производная функции больше нуля.
3. Вторая производная функции меньше нуля.

18. Если график функции является вогнутым на интервале, то на этом интервале:

1. Вторая производная функции равна нулю.
2. Вторая производная функции больше нуля.
3. Вторая производная функции меньше нуля.

19. Функция имеет экстремум в точке  $x = a$ , если:

1. Значение функции в этой точке равно нулю.
2. Вторая производная функции в этой точке равна нулю и при переходе через эту точку она меняет свой знак с «+» на «-» или с «-» на «+».
3. Первая производная в этой точке равна нулю и при переходе через нее меняет свой знак с «+» на «-» или с «-» на «+».

20. График функция имеет перегиб в точке  $x = a$ , если:

1. Значение функции в этой точке равно нулю.

2. Вторая производная функции в этой точке равна нулю и при переходе через эту точку она меняет свой знак с «+» на «-» или с «-» на «+».
3. Первая производная в этой точке равна нулю и при переходе через нее меняет свой знак с «+» на «-» или с «-» на «+».

**Тестовые задания 2-го уровня (ОК-5, ПК-13):**

31. Установить соответствие между линией и её уравнением:

	Линия		Уравнение
1)	Окружность	А	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
2)	Гипербола	Б	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
3)	Эллипс	В	$y^2 = 2px$
4)	Парабола	Г	$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

32. Установить соответствие между поверхностью и её уравнением:

	Поверхность		Уравнение
1)	Эллиптический цилиндр	А	$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$
2)	Сфера	Б	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$
3)	Эллиптический конус	В	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

33. Установить соответствие между поверхностью и её уравнением:

	Поверхность		Уравнение
1)	Эллипсоид	А	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z$
2)	Гиперболоид однополостной	Б	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
3)	Гиперболический параболоид	В	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

34. Для матрицы  $\hat{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$  установите соответствие между объектами левого и правого столбцов:

1	Определитель	<b>A</b>	$A_{33} = (-1)^{3+3} \cdot \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{vmatrix}$
2	Минор элемента $a_{33}$	<b>B</b>	$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$
3	Алгебраическое дополнение элемента $a_{33}$	<b>C</b>	$\Delta_{33} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{vmatrix}$

35. Установите соответствие между определителем и его значением:

1	$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$	<b>A</b>	3
2	$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$	<b>B</b>	-5
3	$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$	<b>C</b>	7

**Тестовые задания 3 уровня (ОК-5, ПК\_13):**

Задача 1. Дана система линейных уравнений (СЛУ): 
$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 3x - y - az = 2 \\ 2x - y - 3z = 3 \end{cases}$$

Вопрос 1. При каком значении коэффициента  $a$  система линейных уравнений не имеет единственного решения?

-0,4

\*0,4

0

2,5

Вопрос 2. При каких значениях коэффициента  $a$  система линейных уравнений может иметь единственное решение?

Больше 0,4

От -0,4 до 0,4

\*Меньше 0,4

Меньше -0,4

Задача 2. Даны два вектора, заданных координатами АВ(2; 5) и АС(2; -5).

Вопрос 1. Вычислить скалярное произведение этих векторов.

21

\*-21

0

20

Вопрос 2. Найти координаты вектора  $BC$ .

(0; -10)

(0; 10)

(10; 0)

Задача 3. Некоторый процесс описывается функцией  $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$ .

Вопрос 1. Найти стационарную точку для этого процесса.

(2; 2)

(-2; -2)

(2; -2)

(-2; 2)

Вопрос 2. Имеет ли функция в данной точке локальный экстремум?

Имеет локальный максимум

Не имеет локального экстремума

Имеет локальный минимум

Вопрос 3. Чему равняется максимум функции в стационарной точке?

0

-8

-24

8

### Критерии оценки:

- «зачтено» - не менее 71% правильных ответов;

- «не зачтено» - 70% и менее правильных ответов.

### 3.2. Примерные вопросы и типовые задачи к экзамену (ОК-5, ПК-13)

1. Матрица. Основные виды матриц.
2. Действия над матрицами:
  - а) сложение;
  - б) умножение на число;
  - в) произведение;
  - г) транспонирование.
3. Определитель.
4. Минор и алгебраическое дополнение элемента определителя.
5. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядка.
6. Вычисление определителей методом понижения порядка.
7. Союзная и обратная матрицы.
8. Система линейных уравнений. Решение  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными:
  - а) метод Крамера;
  - б) матричный метод;
  - в) метод Гаусса
9. Понятие системы координат. Основные виды систем координат, связь между ними.
10. Преобразования прямоугольной системы координат.
11. Уравнения прямой на плоскости:
  - а) в общем виде;
  - б) с угловым коэффициентом;

- в) в отрезках;
  - г) проходящей через точку в данном направлении;
  - д) проходящей через точку перпендикулярно данному вектору;
  - е) проходящей через две точки;
  - ж) в полярных координатах.
12. Общее уравнение линий 2-го порядка. Определение вида кривой по общему уравнению.
  13. Окружность.
  14. Эллипс.
  15. Гипербола.
  16. Парабола.
  17. Понятие комплексного числа. Изображение комплексного числа.
  18. Формы записи комплексных чисел.
  19. Действия над комплексными числами в алгебраической форме записи.
  20. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме записи.
  21. Понятие функции и области ее определения.
  22. Понятие предела функции. Свойства пределов.
  23. Бесконечно большая и бесконечно малая функции.
  24. Первый и второй замечательные пределы.
  25. Непрерывность функции. Точки разрыва.
  26. Производная и дифференциал функции.
  27. Геометрический смысл производной и дифференциала.
  28. Правила дифференцирования.
  29. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций.
  30. Правило Лопиталю для вычисления пределов функции.
  31. Формула Тейлора для разложения функции.
  32. Правило нахождения наклонной асимптоты для функции  $y=f(x)$ .
  33. Общая схема исследования функции.
  34. Теоретические основы исследования функции на экстремум.
  35. Методы исследования функции на экстремум.
  36. Функция нескольких переменных (на примере функции 2-х переменных).
  37. Частные приращения, производные и дифференциалы функции двух переменных.
  38. Полное приращение и полный дифференциал функции двух переменных.
  39. Применение полного дифференциала при вычислении погрешностей косвенных измерений.
  40. Вычисление экстремумов функции 2-х переменных.
  41. Решение задач на вычисление условного экстремума.
  42. Первообразная функция и неопределенный интеграл.
  43. Свойства неопределенного интеграла.
  44. Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла вытекающие из определения.
  45. Геометрический смысл определенного интеграла.
  46. Вычисление работы переменной силы и пройденного пути при помощи определенного интеграла.
  47. Понятие дифференциального уравнения. Общее и частное решение ДУ. Задача Коши.
  48. Классификация ДУ. Алгоритм подхода к решению ДУ 1-го порядка.
  49. Классификация ДУ. Алгоритм подхода к решению ДУ 2-го порядка.
  50. Моделирование процессов при помощи ДУ.

Тема задания	Пример задания
1. Понятие комплексного числа	Найти для данного комплексного числа сопряженное и противоположное число, изобразить их на

	комплексной плоскости $z = 5 - 3i$
2. Запись комплексных чисел в алгебраической, тригонометрической и показательной форме.	Записать комплексное число $z = 5 - 3i$ в тригонометрической форме
3. Действия с комплексными числами.	Выполнить следующие действия с комплексными числами $z_1 = 5 - 3i$ и $z_2 = 3 + 4i$ : $z_1 + z_2$ ; $z_2 - z_1$ ; $z_1 \times z_2$ ; $z_2 \div z_1$ ; $(z_1)^4$ ; $\sqrt{z_2}$
4. Вычисление пределов.	Вычислить пределы функций $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$ ; $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - x}{x - 2}$ ; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{5x}$ ; $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4}{2x^2 + 4x - 5}$ ; $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 8}{x - 2} \right)^x$
5. Область определения функции.	Найти область определения функции $y = \sqrt{x - 5} + \sqrt{2 + x}$
6. Асимптоты функции.	Найти асимптоты функции $y = x \ln x$
7. Вычисление производных.	Найти первую и вторую производные функции $y = \ln \frac{\sin 2x}{5x}$
8. Экстремумы функции.	Проверить на монотонность и экстремумы функцию $y = x \ln x$
9. Точки перегиба функции.	Проверить на выпуклость и точки перегиба функцию $y = xe^x$
10. Наибольшее и наименьшее значение функции.	Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = x^2 - 2x\sqrt{x} + x - 4$ на отрезке $[0; 4]$
11. Уравнение касательной и нормали.	Найти уравнение нормали и касательной к графику функции $y = x^2 + 2$ в точке $x_0 = 1$
12. Задачи на экстремум.	Из листа жести размером $2 \times 3$ дм требуется изготовить прямоугольный поддон. Какую высоту должны иметь бортики поддона, чтобы его объем был максимально возможным?
13. Частные производные.	Найти частные производные функции $z = \sin \left( 2xy^2 + 3x^3y - \frac{y}{x} \right)$
14. Полный дифференциал.	Найти частные дифференциалы и полный дифференциал функции $z = \sin \left( 2xy^2 + 3x^3y - \frac{y}{x} \right)$
15. Вычисление погрешностей.	Найти результат измерения величины $z = \frac{\sqrt{x}}{y}$ , если значения величин $x = x_0 \pm \Delta x = 4,0 \pm 0,2$ и $y = y_0 \pm \Delta y = 2,50 \pm 0,05$ получены прямым измерением
16. Экстремум функции двух переменных.	Найти экстремум функции $z = xy^2 - xy - xy^3$

17. Интегрирование (тождественные преобразования, замена переменных, по частям)	Найти интегралы $\int \frac{x^2 - 9}{x + 3} dx$ ; $\int \frac{\sin x dx}{2 \cos^2 x}$ ; $\int x \sin \frac{x}{2} dx$
18. Площадь криволинейной трапеции.	Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 4x$ и $y = x + 4$
19. ДУ с разделяющимися переменными.	Найти общее решение дифференциального уравнения (ДУ) 1-го порядка с разделяющимися переменными $5xyu' - 1 = 0$
20. Однородные ДУ 1-го порядка.	Найти общее решение однородного дифференциального уравнения (ДУ) 1-го порядка $x + 2y - xy' = 0$
21. Линейные ДУ 1-го порядка.	Найти общее решение линейного дифференциального уравнения (ДУ) 1-го порядка $(2x + 1)y' = 4x + 2y$
22. ДУ 2-го порядка с понижением порядка.	Найти общее решение дифференциального уравнения (ДУ) 2-го порядка $y'' - \frac{x^2}{6} = 0$
23. ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.	Найти общее решение дифференциального уравнения (ДУ) 2-го порядка с постоянными коэффициентами $3y'' - 2y' - 5y + 8 = 0$

### Критерии оценки:

Оценки **«отлично»** заслуживает обучающийся, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «отлично» выставляется обучающимся, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.

Оценки **«хорошо»** заслуживает обучающийся, обнаруживший полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка «хорошо» выставляется обучающимся, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

Оценки **«удовлетворительно»** заслуживает обучающийся, обнаруживший знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «удовлетворительно» выставляется обучающимся, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется обучающемуся, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение в образовательной организации высшего образования и приступить к изучению последующих дисциплин.

### 3.3. Примерная тематика и варианты проверочных работ (ОК-5, ПК-13)

#### Проверочная работа № 1. Решение системы линейных уравнений.

**Задание.** Решить систему линейных уравнений 3-мя способами (Гаусса, Крамера и матричным):

$$\begin{cases} x + 3y + 2z = 1 \\ 2x + 2y + 4z = 0 \\ 3x + y + 5z = -1 \end{cases}$$

#### Проверочная работа № 2. Производная Дифференциал

**Задание 1.** Найти указанные пределы:

a)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 8x + 7}{(x - 7)^2}$

c)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{3x}$$

b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x - 2} - 2}{x - 2}$

d)

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{2}{x}}$$

**Задание 2.** Исследуйте функцию и постройте ее график.

a)  $y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$

b)

$$y = e^x - x$$

**Задание 3.** При подготовке к экзамену студент за  $t$  дней изучает  $\frac{t}{t+k}$ -ю часть курса, а забывает  $\alpha \cdot t$ -ю часть. Сколько дней нужно затратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса? ( $k = \frac{1}{2}$ ;  $\alpha = \frac{2}{121}$ )

**Задание 4.** Искомая величина  $Z$  может быть вычислена по формуле  $z = \frac{x^2 + 4}{y - 1}$ , где  $x$  и

$y$  - величины, которые определяются прямым измерением:  $x = x_0 \pm \Delta x = (1,2 \pm 0,5)$ ;  $y = y_0 \pm \Delta y = (6,0 \pm 0,1)$ . Найти значение искомой величины с учетом погрешности:  $z = z_0 \pm \Delta z$ . Вычислить относительную погрешность косвенного измерения.

#### Проверочная работа № 3. Интегрирование. Дифференциальные уравнения.

**Задание 1.** Найдите интегралы.

a)  $\int (3x^2 - \cos x - 1) dx$

c)

$$\int \frac{x}{(x^2 + 5)^4} dx$$

b)  $\int \frac{x^{-\frac{1}{2}} - 3}{\sqrt{x}} dx$

d)

$$\int x^2 \cdot \ln x dx$$

**Задание 2.** Сделайте чертеж и вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y^2 = 4x, x^2 = 4y$ .

**Задание 3.** Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси абсцисс фигур, ограниченных линиями:  $y = 4x - x^2$ ;  $y = x$ .

**Задание 4.** Найти общие решения следующих дифференциальных уравнений:



Однородного:  $y' = \frac{y}{x} - 1$

Линейного:  $y' + \frac{2y}{x} = x^3$

### 3.4. Примерные темы рефератов (ОК-5, ПК-13)

2. Способы нахождения обратной матрицы.
3. Линии второго порядка на плоскости: окружность, эллипс, парабола, гипербола.
4. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
5. Поверхности второго порядка в пространстве:
6. Линейные операции с векторами.
7. Нелинейные операции с векторами.
8. Задание вектора с помощью определителей.
9. Прикладные задачи химии, биологии и физики, решаемые при помощи производной и интеграла.
10. Дифференциальные модели в биологии.
11. Дифференциальные модели в химии.

#### Критерии оценки:

- **Оценка «отлично»** выставляется студенту, если в работе полностью раскрыто теоретическое содержание темы, дан анализ действующей практики, содержится творческий подход к решению вопросов, сделаны обоснованные выводы и предложения, на все вопросы при защите студент дал аргументированные ответы.

- **Оценка «хорошо»** выставляется студенту, если в работе содержание изложено на достаточном теоретическом уровне, большинство выводов правильно сформулированы и даны обоснованные предложения, на большую часть вопросов студент дал правильные ответы.

- **Оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если в работе теоретические вопросы в основном раскрыты, выводы в основном правильные. Предложения представляют интерес, но недостаточно убедительно аргументированы, не на все вопросы студент дал правильные ответы.

- **Оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если в работе в основном раскрывается поставленная тема, есть ошибки в формулировании методологического аппарата и выводах, при защите студент не дал правильных ответов на большинство заданных вопросов, т.е. обнаружил серьезные пробелы в профессиональных знаниях, есть замечания по оформлению текста реферата.

## 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта профессиональной деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

### 4.1. Методика проведения тестирования

**Целью этапа** промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме тестирования, является оценка уровня усвоения обучающимися знаний, приобретения умений, навыков и сформированности компетенций в результате изучения учебной дисциплины (части дисциплины).

#### Локальные нормативные акты, регламентирующие проведение процедуры:

Проведение промежуточной аттестации обучающихся регламентируется Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся, введенным в действие приказом от 29.02.2016 № 74-ОД.

#### Субъекты, на которых направлена процедура:

Процедура оценивания должна охватывать всех обучающихся, осваивающих дисциплину. В случае, если обучающийся не прошел процедуру без уважительных причин, то он считается имеющим академическую задолженность.

**Период проведения процедуры:**

Процедура оценивания проводится по окончании изучения дисциплины (модуля) на последнем занятии. В случае проведения тестирования на компьютерах время и место проведения тестирования преподаватели кафедры согласуют с информационно-вычислительным центром и доводят до сведения обучающихся.

**Требования к помещениям и материально-техническим средствам для проведения процедуры:**

Требования к аудитории для проведения процедуры и необходимость применения специализированных материально-технических средств определяются преподавателем.

**Требования к кадровому обеспечению проведения процедуры:**

Процедуру проводит преподаватель, ведущий дисциплину.

**Требования к банку оценочных средств:**

До начала проведения процедуры преподавателем подготавливается необходимый банк тестовых заданий. Преподаватели кафедры разрабатывают задания для тестового этапа зачёта, утверждают их на заседании кафедры и передают в информационно-вычислительный центр в электронном виде вместе с копией рецензии. Минимальное количество тестов, составляющих фонд тестовых заданий, рассчитывают по формуле: трудоемкость дисциплины в з.е. умножить на 50.

Тесты включают в себя задания 3-х уровней:

- ТЗ 1 уровня (выбрать все правильные ответы)
- ТЗ 2 уровня (соответствие, последовательность)
- ТЗ 3 уровня (ситуационная задача)

**Соотношение заданий разных уровней и присуждаемые баллы**

	<b>Вид промежуточной аттестации: экзамен</b>
Количество ТЗ 1 уровня (выбрать все правильные ответы)	30
Кол-во баллов за правильный ответ	1
Всего баллов	<b>30</b>
Количество ТЗ 2 уровня (соответствие, последовательность)	15
Кол-во баллов за правильный ответ	2
Всего баллов	<b>30</b>
Количество ТЗ 3 уровня (ситуационная задача)	5
Кол-во баллов за правильный ответ	8
Всего баллов	<b>40</b>
Всего тестовых заданий	<b>50</b>
Итого баллов	<b>100</b>
Мин. количество баллов для аттестации	70

**Описание проведения процедуры:**

Тестирование является обязательным этапом экзамена независимо от результатов текущего контроля успеваемости. Тестирование может проводиться на компьютере или на бумажном носителе.

Тестирование на бумажном носителе:

Каждому обучающемуся, принимающему участие в процедуре, преподавателем выдается бланк индивидуального задания. После получения бланка индивидуального задания обучающийся должен выбрать правильные ответы на тестовые задания в установленное преподавателем время.

Обучающемуся на экзамене предлагается выполнить 50 тестовых заданий разного уровня сложности. Время, отводимое на тестирование, составляет не более полутора академических часов.

#### Тестирование на компьютерах:

Для проведения тестирования используется программа INDIGO. Обучающемуся предлагается выполнить 50 тестовых заданий разного уровня сложности на экзамене. Время, отводимое на тестирование, составляет не более полутора академических часов.

#### **Результаты процедуры:**

Результаты тестирования на компьютере или бумажном носителе имеют качественную оценку «зачтено» – «не зачтено». Оценки «зачтено» по результатам тестирования являются основанием для допуска обучающихся к собеседованию. При получении оценки «не зачтено» за тестирование обучающийся к собеседованию не допускается и по результатам промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) выставляется оценка «не зачтено» или «неудовлетворительно».

Результаты проведения процедуры в обязательном порядке проставляются преподавателем в экзаменационной ведомости в соответствующую графу.

## **4.2. Методика проведения устного собеседования**

**Целью процедуры** промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме устного собеседования, является оценка уровня усвоения обучающимися знаний, приобретения умений, навыков и сформированности компетенций в результате изучения учебной дисциплины.

#### **Локальные нормативные акты, регламентирующие проведение процедуры:**

Проведение промежуточной аттестации обучающихся регламентируется Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся, введенным в действие приказом от 29.02.2016 № 74-ОД.

#### **Субъекты, на которые направлена процедура:**

Процедура оценивания должна охватывать всех обучающихся, осваивающих дисциплину (модуль). В случае, если обучающийся не проходил процедуру без уважительных причин, то он считается имеющим академическую задолженность.

#### **Период проведения процедуры:**

Процедура оценивания проводится по окончании изучения дисциплины (модуля) в соответствии с расписанием учебных занятий (если промежуточная аттестация проводится в форме зачета) либо в соответствии с приказом о проведении промежуточной аттестации (если промежуточная аттестация проводится в форме экзамена). Деканатом факультета может быть составлен индивидуальный график прохождения промежуточной аттестации для обучающегося при наличии определенных обстоятельств.

#### **Требования к помещениям и материально-техническим средствам для проведения процедуры:**

Требования к аудитории для проведения процедуры и необходимость применения специализированных материально-технических средств определяются преподавателем.

#### **Требования к кадровому обеспечению проведения процедуры:**

Процедуру проводит преподаватель, ведущий дисциплину (модуль), как правило, проводящий занятия лекционного типа.

#### **Требования к банку оценочных средств:**

До начала проведения процедуры преподавателем подготавливается необходимый банк оценочных материалов для оценки знаний, умений, навыков. Банк оценочных материалов включает вопросы, как правило, открытого типа, перечень тем, выносимых на опрос, типовые задания. Из банка оценочных материалов формируются печатные бланки индивидуальных заданий (билеты). Количество вопросов, их вид (открытые или закрытые) в бланке индивидуального задания определяется преподавателем самостоятельно.

#### **Описание проведения процедуры:**

Каждому обучающемуся, принимающему участие в процедуре, преподавателем выдается бланк индивидуального задания. После получения бланка индивидуального задания и подготовки ответов обучающийся должен в меру имеющихся знаний, умений, навыков, сформированности компетенции дать устные развернутые ответы на поставленные в задании вопросы и задания в установленное преподавателем время. Продолжительность проведения процедуры определяется преподавателем самостоятельно, исходя из сложности индивидуальных заданий, количества вопросов, объема оцениваемого учебного материала, общей трудоемкости изучаемой дисциплины (модуля) и других факторов.

Собеседование может проводиться по вопросам билета и (или) по типовым(ым) задаче(ам). Результат собеседования определяется оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно».

#### **Результаты процедуры:**

Результаты проведения процедуры в обязательном порядке проставляются преподавателем в зачетные книжки обучающихся и экзаменационные ведомости и представляются в деканат факультета, за которым закреплена образовательная программа, либо в отдел подготовки кадров высшей квалификации.

По результатам проведения процедуры оценивания преподавателем делается вывод о результатах промежуточной аттестации по дисциплине.

### **4.3. Методика проведения проверочной работы**

**Целью процедуры** текущей аттестации по, проводимой в форме выполнения проверочной работы, является оценка уровня усвоения обучающимися знаний, приобретения умений, навыков и сформированности компетенций в результате изучения учебной дисциплины (части дисциплины), оценка способности обучающегося к научно-исследовательской деятельности.

#### **Локальные нормативные акты, регламентирующие проведение процедуры:**

Проведение промежуточной аттестации обучающихся регламентируется Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся, введенным в действие приказом от 08.02.2018 № 61-ОД.

#### **Субъекты, на которые направлена процедура:**

Процедура оценивания должна охватывать всех обучающихся, осваивающих дисциплину, по которой предусмотрено выполнение проверочной работы. В случае, если обучающийся не выполнил работу, то он считается имеющим академическую задолженность.

#### **Период проведения процедуры:**

Проверочная работа выполняется студентами во время итогового занятия по окончании изучения раздела дисциплины.

#### **Требования к помещениям и материально-техническим средствам для проведения процедуры:**

Проверочная работа выполняется студентами в ходе аудиторных занятий в учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации – каб. . №№ 3-522а, 3-523, 3-525, 3-414, 1-307, 1-404.

. При необходимости при подготовке к работе студент может воспользоваться аудиторией для самостоятельной работы.

#### **Требования к кадровому обеспечению проведения процедуры:**

Процедуру оценивания проверочной работы проводит преподаватель, ведущий дисциплину.

#### **Требования к банку оценочных средств:**

До начала проведения процедуры преподавателем подготавливается необходимый банк оценочных материалов для оценки знаний, умений, навыков. Банк оценочных материалов включает в себя варианты проверочной работы и требования к ее выполнению и оформлению. Обучающийся выполняет вариант работы, предназначенный для него в соответствии с требованиями. В случае выполнения студентом не своего варианта, работа не засчитывается и возвращается студенту для исправления.

#### **Описание проведения процедуры:**

Проверочная работа выполняется студентами в ходе аудиторных занятий, работа подлежит проверке и рецензированию.

#### **Результаты процедуры:**

Контрольная работа оценивается по 4-х балльной шкале: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно». Оценка за работу учитывается при проведении промежуточной аттестации на этапе проверки практических навыков.

### **4.4. Методика проведения защиты реферата**

**Целью процедуры** текущей аттестации по дисциплине, проводимой в форме защиты реферата, является оценка уровня усвоения обучающимися знаний, приобретения умений, навыков и сформированности компетенций в результате изучения учебной дисциплины (части дисциплины), оценка способности обучающегося к научно-исследовательской деятельности.

#### **Локальные нормативные акты, регламентирующие проведение процедуры:**

Проведение промежуточной аттестации обучающихся регламентируется Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся, введенным в действие приказом от 08.02.2018 № 61-ОД.

#### **Субъекты, на которые направлена процедура:**

Процедура оценивания должна охватывать обучающихся, желающих углубленно осваивать дисциплину, по которой предусмотрено выполнение рефератов.

#### **Период проведения процедуры:**

Процедура оценивания проводится в соответствии с учебным планом и расписанием учебных занятий.

**Требования к помещениям и материально-техническим средствам для проведения процедуры:**

Требования к аудитории для проведения процедуры и необходимость применения специализированных материально-технических средств определяются преподавателем.

#### **Требования к кадровому обеспечению проведения процедуры:**

Процедуру проводит преподаватель, ведущий дисциплину.

#### **Требования к банку оценочных средств:**

До начала проведения процедуры преподавателем подготавливается необходимый банк оценочных материалов для оценки знаний, умений, навыков. Банк оценочных материалов включает в себя примерные темы рефератов. Обучающийся выбирает самостоятельно тему реферата.

#### **Описание проведения процедуры:**

Законченную работу студент сдает на кафедру в бумажном и электронном виде.

Основанием для допуска к защите реферата являются:

выбор рекомендуемой темы реферата

оформление реферата в соответствии с предъявляемыми требованиями;

Студент заранее готовит выступление на 5 - 7 минут, выбирая основные моменты в реферате. В выступлении следует отразить мотивы выбора темы, основное содержание, выводы и их обоснование. Подготовить мультимедийную презентацию, помогающую раскрыть основные положения работы.

Защита реферата проводится на занятии, соответствующем теме реферата.

#### **Результаты процедуры:**

Реферат оценивается по 4-х балльной шкале: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Оценка учитывается при сдаче практических навыков студента на промежуточной аттестации.