

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце: Федеральное государственное бюджетное  
ФИО: Железнов Лев Михайлович образовательное учреждение высшего образования  
Должность: ректор «Кировский государственный медицинский университет»  
Дата подписания: 29.03.2014 13:33:14 Министерства здравоохранения Российской Федерации  
Уникальный программный ключ:  
7f036de85c233e341493b4c0e48bb3a18c939f31

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

Специальность	30.05.01 Медицинская биохимия
Направленность (профиль) ОПОП	Медицинская биохимия
Форма обучения	Очная
Срок освоения ОПОП	6 лет
Кафедра	Физики и медицинской информатики

### **Рабочая программа дисциплины разработана на основе:**

- 1) ФГОС ВО специальности 30.05.01 Медицинская биохимия, утвержденного Министерством образования и науки РФ 13.08.2020 г., приказ № 998.
- 2) Учебного плана по специальности 30.05.01 Медицинская биохимия, одобренного ученым советом ФГБОУ ВО Кировский ГМУ Минздрава России 30.04.2021 г., протокол № 4.
- 3) Профессионального стандарта «Врач-биохимик», утвержденного Министерством труда и социальной защиты РФ 04.08.2017 г., приказ № 613н.

### **Рабочая программа дисциплины одобрена:**

Кафедрой физики и медицинской информатики  
Заведующий кафедрой

«05» мая 2021 г. (протокол № 6)  
/А.В. Шатров/

Ученым советом педиатрического факультета  
Председатель совета факультета

«19» мая 2021 г. (протокол № 3/1)  
/ Е.С. Прокопьев/

Центральным методическим советом  
Председатель ЦМС

«20» мая 2021 г. (протокол № 6)  
/Е.Н. Касаткин/

### **Разработчики:**

Старший преподаватель кафедры физики и  
медицинской информатики

О.Л. Короткова

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Раздел 1.</b> Перечень планируемых результатов обучения дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП	4
1.1. Цель изучения дисциплины	4
1.2. Задачи изучения дисциплины	4
1.3. Место дисциплины в структуре ОПОП	4
1.4. Объекты профессиональной деятельности	4
1.5. Типы задач профессиональной деятельности	4
1.6. Планируемые результаты освоения программы - компетенции выпускников, планируемые результаты обучения по дисциплине, обеспечивающие достижение планируемых результатов освоения программы	5
<b>Раздел 2.</b> Объем дисциплины и виды учебной работы	4
<b>Раздел 3.</b> Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)	6
3.1. Содержание разделов дисциплины	6
3.2. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами	7
3.3. Разделы дисциплины и виды занятий	7
3.4. Тематический план лекций	7
3.5. Тематический план практических занятий (семинаров)	9
3.6. Самостоятельная работа обучающегося	10
3.7. Лабораторный практикум	11
3.8. Примерная тематика курсовых проектов (работ), контрольных работ	11
<b>Раздел 4.</b> Перечень учебно-методического и материально-технического обеспечения дисциплины (модуля)	11
4.1. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины	11
4.1.1. Основная литература	11
4.1.2. Дополнительная литература	11
4.2. Нормативная база	11
4.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	11
4.4. Перечень информационных технологий, используемых для осуществления образовательного процесса по дисциплине, программного обеспечения и информационно-справочных систем	12
4.5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	12
<b>Раздел 5.</b> Методические рекомендации по организации изучения дисциплины	14
5.1. Методика применения электронного обучения и дистанционных образовательных технологий при проведении занятий и на этапах текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине	15
<b>Раздел 6.</b> Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	18
<b>Раздел 7.</b> Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	18
<b>Раздел 8.</b> Особенности учебно-методического обеспечения образовательного процесса по дисциплине для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья	18

## **Раздел 1. Перечень планируемых результатов обучения дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП**

### **1.1. Цель изучения дисциплины:**

Способствовать овладению студентами математическим аппаратом, необходимым для решения теоретических и практических задач, развитие у студентов способности самостоятельного изучения математической литературы и умения выражать математическим языком естественнонаучные и клинические задачи; формированию у студентов-биохимиков системных знаний, умений и навыков по применению математического аппарата для решения научных, производственных и учебных задач.

### **1.2. Задачи изучения дисциплины:**

- Способствовать формированию навыков анализа научной литературы и официальных статистических обзоров, участия в проведении статистического анализа и публичного представления полученных результатов;
- способствовать формированию у студентов навыков участия в решении отдельных научно-исследовательских и научно-прикладных задач в области здравоохранения по диагностике, лечению, медицинской реабилитации и профилактике
- способствовать формированию у студентов логического мышления, умения точно формулировать задачу, способность вычленять главное и второстепенное, умения делать выводы на основании полученных результатов измерений;
- способствовать приобретению знаний по разделам математического анализа, которые необходимы для рассмотрения процессов, протекающих в биологических организмах.

### **1.3. Место дисциплины в структуре ОПОП**

Дисциплина «Математический анализ» относится к блоку Б 1. Дисциплины (модули) обязательной части.

Основные знания, необходимые для изучения дисциплины формируются при изучении курса математики средней школы.

Является предшествующей для изучения дисциплин: Информатика, медицинская информатика; Механика, электричество; Оптика, атомная физика; Теория вероятностей и математическая статистика; Общая и медицинская биофизика.

### **1.4. Объекты профессиональной деятельности**

Объектами профессиональной деятельности выпускников, освоивших рабочую программу дисциплины, являются:

- физические лица (далее - пациенты);
- население;
- совокупность средств и технологий, предусмотренных при оказании диагностической помощи и направленных на создание условий для охраны здоровья граждан.

### **1.5. Типы задач профессиональной деятельности**

Изучение данной дисциплины направлено на подготовку к решению задач профессиональной деятельности следующих типов:

научно-исследовательский.

### **1.6. Планируемые результаты освоения программы - компетенции выпускников, планируемые результаты обучения по дисциплине, обеспечивающие достижение планируемых результатов освоения программы**

Процесс изучения дисциплины (модуля) направлен на формирование у выпускника следующих компетенций:

№ п/п	Результаты освоения ОПОП	Индикатор достижения	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)	Оценочные средства	№ раздела дисциплины, № семестра, в
-------	--------------------------	----------------------	--	--------------------	-------------------------------------

	(индекс и содержание компетенции)	компетенци и	Знать	Уметь	Владеть	для текущего контроля	для промежуточной аттестации	которых формируется компетенция
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	ОПК-1. Способен использовать и применять фундаментальные и прикладные медицинские, естественно-научные знания для постановки и решения стандартных и инновационных задач профессиональной деятельности	ИД ОПК 1.1. Использует естественно-научные знания для постановки и решения стандартных и инновационных задач профессиональной деятельности	Универсальность характера законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности. Основные правила и методы решения типовых задач.	Решать типовые задачи с использованием основных свойств функций, основы дифференциального и интегрального исчисления, переносить известные методы на нетиповые задачи.	Математической терминологией, математическим аппаратом для анализа функциональных процессов и построения математических моделей.	Типовые задачи Тестирование Проверочная работа	Проверка практических навыков (решение типовых задач) Тестирование Собеседование	Раздел №№ 1-5 Семестр № 1, №2

## Раздел 2. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 252 час.

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры	
			№ 1	№ 2
1		2	3	4
<b>Контактная работа (всего)</b>		<b>144</b>	<b>72</b>	<b>72</b>
в том числе:				
Лекции (Л)		40	20	20
Практические занятия (ПЗ)		104	52	52
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>		<b>72</b>	<b>36</b>	<b>36</b>
в том числе:				
Подготовка к занятиям		24	12	12
Подготовка к демонстрации практических навыков (решению типовых задач)		24	12	12
Подготовка к тестированию		24	12	12
<b>Вид промежуточной аттестации</b>	экзамен	контактная работа	3	3
		самостоятельная работа	33	33
<b>Общая трудоемкость (часы)</b>		<b>252</b>	<b>108</b>	<b>144</b>
<b>Зачетные единицы</b>		<b>7</b>	<b>3</b>	<b>4</b>

### Раздел 3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

#### 3.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Код компетенции	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы разделов)
1	2	3	4
1.	ОПК-1	Введение в высшую математику	<i>Лекции:</i> Основы линейной алгебры. Основы аналитической геометрии и векторной алгебры Комплексные числа <i>Практические занятия:</i> Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений. Основы аналитической геометрии и векторной алгебры Комплексные числа. Итоговое занятие «Введение в высшую математику»
2.	ОПК-1	Элементы дифференцирования	<i>Лекции:</i> Предел функции Производная. Дифференциал. Исследование функций Функция нескольких переменных. Применения полного дифференциала <i>Практические занятия:</i> Свойства функций. Предел и непрерывность функции Производная. Дифференциал. Исследование функций Функция нескольких переменных. Полный дифференциал Итоговое занятие «Элементы дифференцирования»
3.	ОПК-1	Элементы интегрирования	<i>Лекции:</i> Первообразная. Неопределенный интеграл Определенный интеграл <i>Практические занятия:</i> Первообразная. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл
4.	ОПК-1	Дифференциальные уравнения	<i>Лекции:</i> Дифференциальные уравнения. Применение дифференциальных уравнений для моделирования процессов. <i>Практические занятия:</i> Дифференциальные уравнения 1-го и 2-го порядка Применение диф. уравнений для моделирования процессов.
5.	ОПК-1	Ряды	<i>Лекции:</i> Числовые и функциональные ряды Сходимость ряда Разложение функций в ряд <i>Практические занятия:</i> Разложение функций в ряд Итоговое занятие «Элементы интегрирования» Итоговое занятие по курсу математического анализа

#### 3.2. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин				
		1	2	3	4	5
1	Информатика, медицинская информатика	+	+	+	+	+
2	Механика, электричество	+	+	+	+	+
3	Оптика, атомная физика	+	+	+	+	+
4	Теория вероятностей и математическая статистика	+	+	+	+	+
5	Общая и медицинская биофизика	+	+	+	+	+

### 3.3. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Л	ПЗ	СРС	Всего часов	
1	2	3	4	5	6	
1	Введение в высшую математику	8	18	12	38	
2	Элементы дифференцирования	12	34	24	70	
3	Элементы интегрирования	8	18	12	38	
4	Дифференциальные уравнения	6	24	12	42	
5	Ряды	6	10	12	28	
Вид промежуточной аттестации:		экзамен		контактная работа		3
				самостоятельная работа		33
<b>Итого:</b>		<b>40</b>	<b>104</b>	<b>72</b>	<b>252</b>	

### 3.4. Тематический план лекций

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика лекций	Содержание лекций	Трудоемкость (час)	
				1 сем.	2 сем.
1	2	3	4	5	6
1	1	Основы линейной алгебры.	Матрицы и определители. Системы линейных уравнений.	4	
2	1	Основы аналитической геометрии и векторной алгебры	Системы координат. Линии на плоскости. Уравнения прямой линии. Линии второго порядка. Уравнения поверхностей. Плоскость и прямая в пространстве.	2	
3	1	Комплексные числа	Множества. Числовые множества. Множество комплексных чисел	2	
4	2	Предел функции	Понятие функции. Способы задания и представления функций. Область определения и множество значений. Виды функций. Свойства функций: непрерывность, четность, периодичность, монотонность. Свойства основных элементарных функций. Предел функции. Свойства пределов. Непрерывность функции.	4	
5	2	Производная. Дифференциал.	Производная функции. Дифференциал функции. Геометрический и физический смысл производной первого и второго порядка.	2	

			Геометрический смысл дифференциала. Уравнение касательной и нормали к графику функции в точке.		
6	2	Исследование функций	Исследование свойств функций при помощи пределов и производных.	2	
7	2	Функция нескольких переменных.	Понятие функции нескольких переменных. Область определения функции двух переменных. Частные производные и дифференциалы, полный дифференциал.	2	
8	2	Применения полного дифференциала	Применения дифференциала для приближенных вычислений и вычисления погрешностей косвенных измерений. Исследование функции нескольких переменных на экстремум. Условный экстремум.	2	
9	3	Первообразная. Неопределенный интеграл	Понятие первообразной. Свойства. Неопределенный интеграл. Формулы и правила интегрирования. Методы интегрирования.		4
10	3	Определенный интеграл	Вычисление определенного интеграла. Применение определенного интеграла для вычисления геометрических и физических величин.		4
11	4	Дифференциальные уравнения.	Понятие дифференциального уравнения. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Дифференциальные уравнения 1-го, 2-го и высших порядков.		4
12	4	Применение дифференциальных уравнений для моделирования процессов.	Составление дифференциальных уравнений пор условиям задачи. Дифференциальная модель процесса.		2
13	5	Числовые и функциональные ряды	Числовые ряды. Знакопостоянные, знакопеременные и знакочередующиеся ряды. Функциональные ряды. Степенные ряды.		2
14	5	Сходимость ряда	Сходимость числового ряда. Сходимость степенного ряда. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.		2
15	5	Разложение функций в ряд	Разложение функций в степенной ряд. Ряды Тейлора и Маклорена. Вычисление значений функции разложением в ряд Тейлора.		2
<b>Итого:</b>				<b>20</b>	<b>20</b>

### 3.5. Тематический план практических занятий (семинаров)

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий	Содержание практических занятий	Трудоемкость (час.)	
				1 сем.	2 сем.
1	2	3	4	5	6



1	1	Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений.	Матрица, виды матриц, действия с матрицами, эквивалентные преобразования матриц. <i>Практическая подготовка:</i> теоретические расчеты по теме занятия	9 Из них на ПП: 6	
2	1	Основы аналитической геометрии и векторной алгебры	Системы координат. Линии на плоскости. Уравнения прямой линии. Плоскость и прямая в пространстве. <i>Практическая подготовка:</i> теоретические расчеты по теме занятия	3 Из них на ПП: 1	
3	1	Комплексные числа.	Понятие комплексного числа. Геометрическое изображение. Способы задания комплексного числа. Действия с комплексными числами. <i>Практическая подготовка:</i> теоретические расчеты по теме занятия	3 Из них на ПП: 2	
4	1	Итоговое занятие «Введение в высшую математику»	Проверочная работа №1 и текущее тестирование по разделу. <i>Практическая подготовка:</i> теоретические расчеты по теме занятия	3 Из них на ПП: 2	
5	2	Свойства функций. Предел и непрерывность функции	Понятие функции. Область определения и множество значений. Свойства функций: непрерывность, четность, периодичность, монотонность. Свойства основных элементарных функций. <i>Практическая подготовка:</i> теоретические расчеты по теме занятия	9 Из них на ПП: 6	
6	2	Производная. Дифференциал.	Производная функции. Дифференцирование сложных функций. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически. <i>Практическая подготовка:</i> теоретические расчеты по теме занятия	9 Из них на ПП: 6	
7	2	Исследование функций	Исследование свойств функций при помощи пределов и производных. <i>Практическая подготовка:</i> теоретические расчеты по теме занятия	3 Из них на ПП: 2	
8	2	Функция нескольких переменных. Полный дифференциал	Понятие функции нескольких переменных. Область определения функции двух переменных. Частные производные и дифференциалы, полный дифференциал. <i>Практическая подготовка:</i> теоретические расчеты по теме занятия	9 Из них на ПП: 6	
9	2	Итоговое занятие «Элементы дифференцирования»	Проверочная работа № 2 и текущее тестирование по разделу <i>Практическая подготовка:</i> теоретические расчеты по теме занятия	4 Из них на ПП: 3	
10	3	Первообразная. Неопределенный интеграл.	Понятие первообразной. Свойства. Неопределенный интеграл. Формулы и правила интегрирования. Методы интегрирования. <i>Практическая подготовка:</i> теоретические расчеты по теме занятия		12 Из них на ПП: 9

11	3	Определенный интеграл	Вычисление определенного интеграла. Применение определенного интеграла для вычисления геометрических и физических величин. <i>Практическая подготовка:</i> теоретические расчеты по теме занятия	6 Из них на ПП: 4
12	4	Дифференциальные уравнения 1-го и 2-го порядка	Понятие дифференциального уравнения. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Решение дифференциальных уравнений: с разделяющимися переменными, однородных, линейных, Бернулли. <i>Практическая подготовка:</i> теоретические расчеты по теме занятия	12 Из них на ПП: 9
13	4	Применение диф. уравнений для моделирования процессов.	Составление дифференциальных уравнений по условиям задачи. Дифференциальная модель процесса. <i>Практическая подготовка:</i> теоретические расчеты по теме занятия	6 Из них на ПП: 4
14	4	Итоговое занятие «Элементы интегрирования»	Проверочная работа № 3 и текущее тестирование по разделу. <i>Практическая подготовка:</i> теоретические расчеты по теме занятия	6 Из них на ПП: 5
15	5	Разложение функций в ряд	Разложение функций в степенной ряд. Ряды Тейлора и Маклорена. Вычисление значений функции разложением в ряд Тейлора. <i>Практическая подготовка:</i> теоретические расчеты по теме занятия	9 Из них на ПП: 6
16	5	Итоговое занятие по курсу математического анализа	Подведение итогов изучения дисциплины	1
<b>Итого:</b>				<b>52</b> <b>52</b>

### 3.6. Самостоятельная работа обучающегося

№ п/п	№ семестра	Наименование раздела дисциплины	Виды СРС	Всего часов
1	2	3	4	5
1	1	Введение в высшую математику	- Подготовка к занятиям, тестированию - Подготовка к демонстрации практических навыков (решению типовых задач)	12
2		Элементы дифференцирования	- Подготовка к занятиям, тестированию - Подготовка к демонстрации практических навыков (решению типовых задач)	24
<b>Итого часов в семестре:</b>				<b>36</b>
3	2	Элементы интегрирования	- Подготовка к занятиям, тестированию - Подготовка к демонстрации практических навыков (решению типовых задач)	12
4		Дифференциальные уравнения	- Подготовка к занятиям, тестированию - Подготовка к демонстрации практических навыков (решению типовых задач)	12
5		Ряды	- Подготовка к занятиям, тестированию	12

			- Подготовка к демонстрации практических навыков (решению типовых задач)	
<b>Итого часов в семестре:</b>				<b>36</b>
<b>Всего часов на самостоятельную работу:</b>				<b>72</b>

**3.7. Лабораторный практикум** – учебным планом не предусмотрен.

**3.8. Примерная тематика курсовых проектов (работ), контрольных работ** – учебным планом не предусмотрены.

#### **Раздел 4. Перечень учебно-методического и материально-технического обеспечения дисциплины**

##### **4.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

###### **4.1.1. Основная литература**

№ п/п	Наименование	Автор (ы)	Год, место издания	Кол-во экземпляров в библиотеке	Наличие в ЭБС
1	2	3	4	5	6
1	Основы высшей математики и математической статистики	И.В. Павлушков и др.	2012, Москва	28	Консультант студента <a href="http://www.studmedlib.ru">www.studmedlib.ru</a>

###### **4.1.2. Дополнительная литература**

№ п/п	Наименование	Автор (ы)	Год, место издания	Кол-во экземпляров в библиотеке	Наличие в ЭБС
1	2	3	4	5	6
1	Медицинская и биологическая физика: сборник задач	А.Н. Ремизов, А.Г. Максина	Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014	[Электронный ресурс].	Консультант студента
2	Сборник задач по высшей математике для экономистов	под ред. В.И. Ермакова.	М.: ИНФРА-М, 2002	8	

##### **4.2. Нормативная база** – не имеется

##### **4.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. Allmath.ru — вся математика в одном месте <http://www.allmath.ru>
2. Exponenta.ru: образовательный математический сайт <http://www.exponenta.ru>
3. Интернет-проект «Задачи» <http://www.problems.ru>
4. Математика on-line: справочная информация в помощь студенту <http://www.mathem.h1.ru>
5. Решебник.Ru: Высшая математика и эконометрика — задачи, решения <http://www.reshebnik.ru>
6. [http://www.cfin.ru/press/afa/97\\_3\\_164-219.shtml](http://www.cfin.ru/press/afa/97_3_164-219.shtml)

##### **4.4. Перечень информационных технологий, используемых для осуществления образовательного процесса по дисциплине, программного обеспечения и информационно-справочных систем**

В учебном процессе используется лицензионное программное обеспечение:

1. Договор Microsoft Office (версия 2003) №0340100010912000035\_45106 от 12.09.2012г. (срок действия договора - бессрочный),
2. Договор Microsoft Office (версия 2007) №0340100010913000043\_45106 от 02.09.2013г. (срок действия договора - бессрочный),
3. Договор Microsoft Office (версия 2010) № 340100010914000246\_45106 от 23.12.2014г. (срок действия договора - бессрочный).
4. Договор Windows (версия 2003) №0340100010912000035\_45106 от 12.09.2012г. (срок действия договора - бессрочный)

5. Договор Windows (версия 2007) №0340100010913000043\_45106 от 02.09.2013г. (срок действия договора - бессрочный),
6. Договор Windows (версия 2010) № 340100010914000246\_45106 от 23.12.2014г. (срок действия договора - бессрочный),
7. Договор Антивирус Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – Стандартный Russian Edition. 150-249 Node 1 year Educational Renewal License, срок использования с 29.04.2021 до 24.08.2022 г., номер лицензии 280E-210429-102703-540-3202,
8. Автоматизированная система тестирования Indigo Договор № Д53783/2 от 02.11.2015 (срок действия бессрочный, 1 год технической поддержки),

Обучающиеся обеспечены доступом (удаленным доступом) к современным профессиональным базам данных и информационно-справочным системам:

- 1) Научная электронная библиотека e-LIBRARY. Режим доступа: <http://www.e-library.ru/>.
- 2) Справочно-поисковая система Консультант Плюс – ООО «КонсультантКиров».
- 3) «Электронно-библиотечная система Кировского ГМУ». Режим доступа: <http://elib.kirovgma.ru/>.
- 4) ЭБС «Консультант студента» - ООО «ИПУЗ». Режим доступа: <http://www.studmedlib.ru>.
- 5) ЭБС «Университетская библиотека онлайн» - ООО «НексМедиа». Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>.
- 6) ЭБС «Консультант врача» - ООО ГК «ГЭОТАР». Режим доступа: <http://www.rosmedlib.ru/>
- 7) ЭБС «Айбукс» - ООО «Айбукс». Режим доступа: <http://ibooks.ru>.

#### 4.5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

В процессе преподавания дисциплины (модуля) используются следующие специальные помещения:

Наименование специализированных помещений	Номер кабинета, адрес	Оборудование, технические средства обучения, размещенные в специализированных помещениях
Аудитория для проведения занятий лекционного типа	1-411 г. Киров, ул. Карла Маркса, д.137, Здание учебного корпуса №1	Специализированная учебная мебель (стол и стул преподавателя, столы и стулья ученические).1 компьютер с выходом в Интернет; проектор, экран, звукоусилительная аппаратура, демонстрационные телевизоры.
Аудитория для проведения занятий лекционного типа	3-803, 3-819 г. Киров, ул. Карла Маркса, д.112, Здание учебного корпуса № 3 (со столовой и хозяйственным блоком)	Специализированная учебная мебель (стол и стул преподавателя, столы и стулья ученические).1 компьютер с выходом в Интернет; проектор, экран, звукоусилительная аппаратура, демонстрационные телевизоры.
Аудитория для проведения лекционного/семинарского типа	3-702 г. Киров, ул. Карла Маркса, д.112, Здание учебного корпуса № 3 (со столовой и хозяйственным блоком)	Специализированная учебная мебель (стол и стул преподавателя, столы и стулья ученические).1 компьютер с выходом в Интернет; проектор, экран, звукоусилительная аппаратура, демонстрационные телевизоры
Учебная аудитории для проведения занятий семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации	1-307, 1-404 г. Киров, ул. Карла Маркса, д.137, Здание учебного корпуса №1 3-414 г. Киров, ул. Карла Маркса, д.112, Здание учебного корпуса № 3 (со столовой и хозяйственным блоком)	Специализированная учебная мебель (стол и стул преподавателя, столы и стулья ученические); доска для ведения записей маркерами; информационные стенды. Компьютерные классы по 14 индивидуальных рабочих мест с возможностью выхода в Интернет и доступом в электронную информационно-образовательную среду вуза.
Учебная аудитории для проведения занятий	3-522 а г. Киров, ул. Карла Маркса,	Специализированная учебная мебель (стол и стул преподавателя, столы и стулья

семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	д.112, Здание учебного корпуса № 3 (со столовой и хозяйственным блоком)	ученические).1 компьютер демонстрационный телевизор, звукоусилительная аппаратура, демонстрационные телевизоры, информационные стенды.
Учебная аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	3-523 г. Киров, ул. Карла Маркса, д.112, Здание учебного корпуса № 3 (со столовой и хозяйственным блоком)	Специализированная учебная мебель (стол и стул преподавателя, столы и стулья ученические), доска для ведения записей маркерами; информационные стенды, 1 компьютер, проектор, экран.
Учебная аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	3-525 г. Киров, ул. Карла Маркса, д.112, Здание учебного корпуса № 3 (со столовой и хозяйственным блоком)	Специализированная учебная мебель (стол и стул преподавателя, столы и стулья ученические), доска для ведения записей маркерами., 1 компьютер, демонстрационный телевизор, информационные стенды,
Учебная аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации	3-414 г. Киров, ул. Карла Маркса, д.112, Здание учебного корпуса № 3 (со столовой и хозяйственным блоком)	Специализированная учебная мебель (стол и стул преподавателя, столы и стулья ученические); доска для ведения записей маркерами; информационные стенды. Компьютерные классы по 14 индивидуальных рабочих мест с возможностью выхода в Интернет и доступом в электронную информационно-образовательную среду вуза.
Помещение для самостоятельной работы	3-516 г. Киров, ул. Карла Маркса, д.112, Здание учебного корпуса № 3 (со столовой и хозяйственным блоком)	Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью выхода в Интернет и доступом в электронную информационно-образовательную среду вуза, ПК для работы с нормативно-правовой документацией, в т.ч. электронной базой "Консультант студента»

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

## **Раздел 5. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины**

Процесс изучения дисциплины предусматривает: контактную (работа на лекциях и практических занятиях) и самостоятельную работу.

Основное учебное время выделяется на приобретение практических навыков и анализ физического процесса.

В качестве основных форм организации учебного процесса по дисциплине выступают классические лекционные (с элементами проблемных) и практические занятия (с использованием интерактивных технологий обучения), а также самостоятельная работа обучающихся.

При изучении учебной дисциплины обучающимся необходимо освоить практические умения по решению типовых задач, измерению физических величин и работе с приборами и установками в соответствии с предлагаемыми инструкциями.

При проведении учебных занятий кафедра обеспечивает развитие у обучающихся навыков

командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (путем проведения интерактивных лекций, групповых дискуссий, анализа ситуаций и имитационных моделей, преподавания дисциплины (модуля) в форме курса, составленного на основе результатов научных исследований, проводимых Университетом, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей).

#### **Лекции:**

**Классическая лекция.** Рекомендуется при изучении всех тем дисциплины. На лекциях излагаются темы дисциплины, предусмотренные рабочей программой, акцентируется внимание на наиболее принципиальных и сложных вопросах дисциплины, устанавливаются вопросы для самостоятельной проработки. Конспект лекций является базой при подготовке к практическим занятиям, к экзамену, а также для самостоятельной работы.

Изложение лекционного материала рекомендуется проводить в мультимедийной форме. Смысловая нагрузка лекции смещается в сторону от изложения теоретического материала к формированию мотивации самостоятельного обучения через постановку проблем обучения и показ путей решения профессиональных проблем в рамках той или иной темы. При этом основным методом ведения лекции является метод проблемного изложения материала.

#### **Практические занятия:**

Практические занятия по дисциплине проводятся с целью приобретения практических навыков в области анализа физических (механических и оптических) процессов, происходящих в живом биологическом организме и применения физических факторов в медицине.

Практические занятия проводятся в виде собеседований, обсуждений, решения типовых задач, тестовых заданий.

Выполнение практической работы обучающиеся производят как в устном, так и в письменном виде.

Практическое занятие способствует более глубокому пониманию теоретического материала учебного дисциплины, а также развитию, формированию и становлению различных уровней составляющих профессиональной компетентности обучающихся.

При изучении дисциплины используются следующие формы практических занятий:

##### - семинар традиционный по темам:

Основы аналитической геометрии и векторной алгебры  
Определенный интеграл  
Применение диф. уравнений для моделирования процессов.

##### - практикум по решению задач по темам:

Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений.  
Комплексные числа.  
Свойства функций. Предел и непрерывность функции.  
Производная. Дифференциал.  
Исследование функций  
Функция нескольких переменных. Полный дифференциал  
Первообразная. Неопределенный интеграл.  
Дифференциальные уравнения 1-го и 2-го порядка  
Разложение функций в ряд

- итоговые занятия проводятся в форме письменной проверочной работы (демонстрация практических навыков) и текущего тестирования (на бумажном носителе или в компьютерном классе).

#### **Самостоятельная работа:**

Самостоятельная работа студентов подразумевает подготовку по всем разделам дисциплины «Математический анализ» и включает подготовку к занятиям, подготовку к проверочной работе (решение типовых задач), подготовку к тестированию.

Работа с учебной литературой рассматривается как вид учебной работы по дисциплине выполняется в пределах часов, отводимых на её изучение (в разделе СРС). Каждый обучающийся обеспечен доступом к библиотечным фондам университета и кафедры. Во время изучения дисциплины обучающиеся (под контролем преподавателя) самостоятельно проводят работу с дополнительной информацией, готовятся к собеседованию на семинаре. Эта работа способствует формированию навыков использования учебной и научной литературы, глобальных информационных ресурсов, способствует формированию логического мышления. Работа обучающегося в группе формирует чувство

коллективизма и коммуникабельность.

Исходный уровень знаний обучающихся определяется тестированием и/или собеседованием.

Текущий контроль освоения дисциплины проводится в форме решения типовых задач, тестового контроля, выполнения проверочных работ.

В конце изучения дисциплины проводится промежуточная аттестация с использованием тестового контроля, проверки практических навыков, собеседования.

### **5.1. Методика применения электронного обучения и дистанционных образовательных технологий при проведении занятий и на этапах текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине**

Применение электронного обучения и дистанционных образовательных технологий по дисциплине осуществляется в соответствии с «Порядком реализации электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в ФГБОУ ВО Кировский ГМУ Минздрава России», введенным в действие 01.11.2017, приказ № 476-ОД.

Дистанционное обучение реализуется в электронно-информационной образовательной среде Университета, включающей электронные информационные и образовательные ресурсы, информационные и телекоммуникационные технологии, технологические средства, и обеспечивающей освоение обучающимися программы в полном объеме независимо от места нахождения.

Электронное обучение (ЭО) – организация образовательной деятельности с применением содержащейся в базах данных и используемой при реализации образовательных программ информации и обеспечивающих ее обработку информационных технологий, технических средств, а также информационно-телекоммуникационных сетей, обеспечивающих передачу по линиям связи указанной информации, взаимодействие обучающихся и преподавателя.

Дистанционные образовательные технологии (ДОТ) – образовательные технологии, реализуемые в основном с применением информационно-телекоммуникационных сетей при опосредованном (на расстоянии) взаимодействии обучающихся и преподавателя. Дистанционное обучение – это одна из форм обучения.

При использовании ЭО и ДОТ каждый обучающийся обеспечивается доступом к средствам электронного обучения и основному информационному ресурсу в объеме часов учебного плана, необходимых для освоения программы.

В практике применения дистанционного обучения по дисциплине используются методики синхронного и асинхронного обучения.

Методика синхронного дистанционного обучения предусматривает общение обучающегося и преподавателя в режиме реального времени – on-line общение. Используются следующие технологии on-line: вебинары (или видеоконференции), аудиоконференции, чаты.

Методика асинхронного дистанционного обучения применяется, когда невозможно общение между преподавателем и обучающимся в реальном времени – так называемое off-line общение, общение в режиме с отложенным ответом. Используются следующие технологии off-line: электронная почта, рассылки, форумы.

Наибольшая эффективность при дистанционном обучении достигается при использовании смешанных методик дистанционного обучения, при этом подразумевается, что программа обучения строится как из элементов синхронной, так и из элементов асинхронной методики обучения.

Учебный процесс с использованием дистанционных образовательных технологий осуществляется посредством:

- размещения учебного материала на образовательном сайте Университета;
- сопровождения электронного обучения;
- организации и проведения консультаций в режиме «on-line» и «off-line»;
- организации обратной связи с обучающимися в режиме «on-line» и «off-line»;
- обеспечения методической помощи обучающимся через взаимодействие участников учебного процесса с использованием всех доступных современных телекоммуникационных средств, одобренных локальными нормативными актами;

- организации самостоятельной работы обучающихся путем обеспечения удаленного доступа к образовательным ресурсам (ЭБС, материалам, размещенным на образовательном сайте);
- контроля достижения запланированных результатов обучения по дисциплине обучающимися в режиме «on-line» и «off-line»;
- идентификации личности обучающегося.

Реализация программы в электронной форме начинается с проведения организационной встречи с обучающимися посредством видеоконференции (вебинара).

При этом преподаватель информирует обучающихся о технических требованиях к оборудованию и каналам связи, осуществляет предварительную проверку связи с обучающимися, создание и настройку вебинара. Преподаватель также сверяет предварительный список обучающихся с фактически присутствующими, информирует их о режиме занятий, особенностях образовательного процесса, правилах внутреннего распорядка, графике учебного процесса.

После проведения установочного вебинара учебный процесс может быть реализован асинхронно (обучающийся осваивает учебный материал в любое удобное для него время и общается с преподавателем с использованием средств телекоммуникаций в режиме отложенного времени) или синхронно (проведение учебных мероприятий и общение обучающегося с преподавателем в режиме реального времени).

Преподаватель самостоятельно определяет порядок оказания учебно-методической помощи обучающимся, в том числе в форме индивидуальных консультаций, оказываемых дистанционно с использованием информационных и телекоммуникационных технологий.

При дистанционном обучении важным аспектом является общение между участниками учебного процесса, обязательные консультации преподавателя. При этом общение между обучающимися и преподавателем происходит удаленно, посредством средств телекоммуникаций.

В содержание консультаций входят:

- разъяснение обучающимся общей технологии применения элементов ЭО и ДОТ, приемов и способов работы с предоставленными им учебно-методическими материалами, принципов самоорганизации учебного процесса;
- советы и рекомендации по изучению программы дисциплины и подготовке к промежуточной аттестации;
- анализ поступивших вопросов, ответы на вопросы обучающихся;
- разработка отдельных рекомендаций по изучению частей (разделов, тем) дисциплины, по подготовке к текущей и промежуточной аттестации.

Также осуществляются индивидуальные консультации обучающихся в ходе выполнения ими письменных работ.

Обязательным компонентом системы дистанционного обучения по дисциплине является электронный учебно-методический комплекс (ЭУМК), который включает электронные аналоги печатных учебных изданий (учебников), самостоятельные электронные учебные издания (учебники), дидактические материалы для подготовки к занятиям, текущему контролю и промежуточной аттестации, аудио- и видеоматериалы, другие специализированные компоненты (текстовые, звуковые, мультимедийные). ЭУМК обеспечивает в соответствии с программой организацию обучения, самостоятельной работы обучающихся, тренинги путем предоставления обучающимся необходимых учебных материалов, специально разработанных для реализации электронного обучения, контроль знаний. ЭУМК размещается в электронно-библиотечных системах и на образовательном сайте Университета.

Используемые виды учебной работы по дисциплине при применении ЭО и ДОТ:

№ п/п	Виды занятий/работ	Виды учебной работы обучающихся	
		Контактная работа (on-line и off-line)	Самостоятельная работа
1	Лекции	- веб-лекции (вебинары) - видеолекции - лекции-презентации	- работа с архивами проведенных занятий - работа с опорными конспектами лекций - выполнение контрольных заданий



2	Практические, семинарские занятия	<ul style="list-style-type: none"> <li>- видеоконференции</li> <li>- вебинары</li> <li>- семинары в чате</li> <li>- видеодоклады</li> <li>- семинары-форумы</li> <li>- веб-тренинги</li> <li>- видеозащита работ</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с архивами проведенных занятий</li> <li>- самостоятельное изучение учебных и методических материалов</li> <li>- решение тестовых заданий и ситуационных задач</li> <li>- работа по планам занятий</li> <li>- самостоятельное выполнение заданий и отправка их на проверку преподавателю</li> <li>- выполнение тематических рефератов.</li> </ul>
3	Консультации (групповые и индивидуальные)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- видеоконсультации</li> <li>- веб-консультации</li> <li>- консультации в чате</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- консультации-форумы (или консультации в чате)</li> <li>- консультации посредством образовательного сайта</li> </ul>
4	Проверочные и самостоятельные работы.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- видеозащиты выполненных работ (групповые и индивидуальные)</li> <li>- тестирование</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с архивами проведенных занятий</li> <li>- самостоятельное изучение учебных и методических материалов</li> <li>- решение тестовых заданий и ситуационных задач</li> <li>- выполнение проверочных и самостоятельных работ</li> </ul>

При реализации программы или ее частей с применением электронного обучения и дистанционных технологий кафедра ведет учет и хранение результатов освоения обучающимися дисциплины на бумажном носителе и (или) в электронно-цифровой форме (на образовательном сайте, в системе INDIGO).

Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация обучающихся по учебной дисциплине с применением ЭО и ДОТ осуществляется посредством собеседования (on-line), компьютерного тестирования или выполнения письменных работ (on-line или off-line).

## **Раздел 6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (приложение А)**

Изучение дисциплины следует начинать с проработки данной рабочей программы, методических указаний, прописанных в программе, особое внимание уделяется целям, задачам, структуре и содержанию дисциплины.

Успешное изучение дисциплины требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с базовыми учебниками, основной и дополнительной литературой. Лекции имеют в основном обзорный характер и нацелены на освещение наиболее трудных вопросов, а также призваны способствовать формированию навыков работы с научной литературой. Предполагается, что обучающиеся приходят на лекции, предварительно проработав соответствующий учебный материал по источникам, рекомендуемым программой.

Основным методом обучения является самостоятельная работа студентов с учебно-методическими материалами, научной литературой, Интернет-ресурсами.

Правильная организация самостоятельных учебных занятий, их систематичность, целесообразное планирование рабочего времени позволяют обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивать высокий уровень успеваемости в период обучения, получить навыки повышения профессионального уровня.

Основной формой промежуточного контроля и оценки результатов обучения по дисциплине является экзамен. На экзамене обучающиеся должны продемонстрировать не только теоретические знания, но и практические навыки, полученные на практических занятиях.

Постоянная активность на занятиях, готовность ставить и обсуждать актуальные проблемы дисциплины - залог успешной работы и положительной оценки.

Подробные методические указания к практическим занятиям и внеаудиторной самостоятельной работе по каждой теме дисциплины представлены в приложении А.

## **Раздел 7. Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (приложение Б)**

Оценочные средства – комплект методических материалов, нормирующих процедуры оценивания результатов обучения, т.е. установления соответствия учебных достижений

запланированным результатам обучения и требованиям образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

ОС как система оценивания состоит из следующих частей:

1. Перечня компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.
2. Показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.
3. Типовых контрольных заданий и иных материалов.
4. Методических материалов, определяющих процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта профессиональной деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине представлены в приложении Б.

## **Раздел 8. Особенности учебно-методического обеспечения образовательного процесса по дисциплине для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

### **8.1. Выбор методов обучения**

Выбор методов обучения осуществляется, исходя из их доступности для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.

Выбор методов обучения определяется содержанием обучения, уровнем профессиональной подготовки педагогов, методического и материально-технического обеспечения, особенностями восприятия учебной информации обучающихся-инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья. В образовательном процессе используются социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими обучающимися, создании комфортного психологического климата в группе.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная работа. Под индивидуальной работой подразумеваются две формы взаимодействия с преподавателем: индивидуальная учебная работа (консультации), т.е. дополнительное разъяснение учебного материала и углубленное изучение материала с теми обучающимися, которые в этом заинтересованы, и индивидуальная воспитательная работа. Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или обучающимся с ограниченными возможностями здоровья.

### **8.2. Обеспечение обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья печатными и электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья**

Подбор и разработка учебных материалов производится с учетом того, чтобы предоставлять этот материал в различных формах так, чтобы инвалиды с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения – аудиально (например, с использованием программ-синтезаторов речи) или с помощью тифлоинформационных устройств.

Учебно-методические материалы, в том числе для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

<i><b>Категории обучающихся</b></i>	<i><b>Формы</b></i>
С нарушением слуха	- в печатной форме - в форме электронного документа
С нарушением зрения	- в печатной форме увеличенным шрифтом - в форме электронного документа - в форме аудиофайла
С ограничением двигательных функций	- в печатной форме - в форме электронного документа - в форме аудиофайла

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### 8.3. Проведение текущего контроля и промежуточной аттестации с учетом особенностей нозологий инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Для осуществления процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся созданы оценочные средства, адаптированные для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья и позволяющие оценить достижение ими запланированных результатов обучения и уровень сформированности компетенций, предусмотренных рабочей программой дисциплины.

Форма проведения текущего контроля и промежуточной аттестации для обучающихся -инвалидов устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п.). При необходимости обучающемуся-инвалиду предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на этапе промежуточной аттестации.

Для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья предусмотрены следующие оценочные средства:

<i>Категории обучающихся</i>	<i>Виды оценочных средств</i>	<i>Формы контроля и оценки результатов обучения</i>
С нарушением слуха	Тест	преимущественно письменная проверка
С нарушением зрения	Собеседование	преимущественно устная проверка (индивидуально)
С ограничением двигательных функций	решение дистанционных тестов, контрольные вопросы	организация контроля с помощью электронной оболочки MOODLE, письменная проверка

### 8.4. Материально-техническое обеспечение образовательного процесса для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

#### 1) для инвалидов и лиц с ОВЗ по зрению:

- обеспечение доступа обучающегося, являющегося слепым и использующего собаку-поводыря, к зданию Университета;
- присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь;
- наличие альтернативной версии официального сайта Университета в сети «Интернет» для обучающихся, являющихся слепыми или слабовидящими;
- размещение аудиторных занятий преимущественно в аудиториях, расположенных на первых этажах корпусов Университета;
- размещение в доступных для обучающихся, являющихся слепыми или слабовидящими, местах и в адаптированной форме (с учетом их особых потребностей) справочной информации о расписании учебных занятий, которая выполняется крупным рельефно-контрастным шрифтом на белом или желтом фоне и дублируется шрифтом Брайля;
- предоставление доступа к учебно-методическим материалам, выполненным в альтернативных форматах печатных материалов или аудиофайлов;
- наличие электронных луп, видеувеличителей, программ не визуального доступа к информации, программ-синтезаторов речи и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных для обучающихся с нарушениями зрения формах;
- предоставление возможности прохождения промежуточной аттестации с применением специальных средств.

#### 2) для инвалидов и лиц с ОВЗ по слуху:

- присутствие сурдопереводчика (при необходимости), оказывающего обучающемуся необходимую помощь при проведении аудиторных занятий, прохождении промежуточной аттестации;
- дублирование звуковой справочной информации о расписании учебных занятий визуальной (установка мониторов с возможностью трансляции субтитров);
- наличие звукоусиливающей аппаратуры, мультимедийных средств, компьютерной техники, аудиотехники (акустические усилители и колонки), видеотехники (мультимедийный проектор, телевизор), электронная доска, документ-камера, мультимедийная система, видеоматериалы.

#### 3) для инвалидов и лиц с ОВЗ, имеющих ограничения двигательных функций:

- обеспечение доступа обучающегося, имеющего нарушения опорно-двигательного аппарата, в здание Университета;

- организация проведения аудиторных занятий в аудиториях, расположенных только на первых этажах корпусов Университета;

- размещение в доступных для обучающихся, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, местах и в адаптированной форме (с учетом их особых потребностей) справочной информации о расписании учебных занятий, которая располагается на уровне, удобном для восприятия такого обучающегося;

- присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь при проведении аудиторных занятий, прохождении промежуточной аттестации;

- наличие компьютерной техники, адаптированной для инвалидов со специальным программным обеспечением, альтернативных устройств ввода информации и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата формах;

4) для инвалидов и лиц с ОВЗ с другими нарушениями или со сложными дефектами - определяется индивидуально, с учетом медицинских показаний и ИПРА.

## Приложение А к рабочей программе дисциплины

### Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

Специальность 30.05.01 Медицинская биохимия  
Направленность (профиль) ОПОП – Медицинская биохимия  
Форма обучения - очная

#### Раздел 1. Введение в высшую математику

##### Тема 1.1. Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений.

**Цель изучения раздела:** способствовать формированию системы теоретических знаний по представлению числовой информации в матричной форме, позволяющей применять алгебраические преобразования к массивам данных и представлять закономерности в виде матричных уравнений.

**Задачи:**

- Рассмотреть сферу применения линейной алгебры в практической деятельности
- Сформировать представление о роли и возможности применения методов линейной алгебры в практической деятельности
- Изучить понятия линейной алгебры
- Обучить студентов решению ситуационных задач с применением методов линейной алгебры.

**Обучающийся должен знать:** основные операции над матрицами, методы решения систем линейных уравнений;

**Обучающийся должен уметь:** выполнять основные операции над матрицами, решать системы линейных уравнений различными методами,

**Обучающийся должен владеть:** навыками по представлению числовой информации в матричной форме и практической интерпретации результатов, полученных в результате проведения операций с матрицами, навыками решения систем линейных уравнений.

#### Самостоятельная аудиторная работа студентов

##### 1. Ответить на вопросы по теме занятия:

- 1) Дать определение матрицы.
- 2) Виды матриц.
- 3) Действия над матрицами.
- 4) Тожественные преобразования матриц.
- 5) Транспонирование матриц.
- 6) Обратная матрица.
- 7) Определитель матрицы.
- 8) Способы вычисления определителей.
- 9) Минор элемента матрицы (определителя). Алгебраическое дополнение элемента матрицы (определителя).
- 10) Какие уравнения называются линейными?
- 11) Какая совокупность уравнений называется системой?
- 12) Что является решением линейного уравнения?
- 13) Что является решением системы линейных уравнений (СЛУ)?
- 14) Могут ли различные методы решения систем линейных уравнений (метод Крамера и метод обратной матрицы) дать различные ответы?
- 15) Совместная система  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными записана в матричной форме:  $AX = B$ . Будут ли решениями оба набора из  $n$  чисел:  $A^{-1}B$  и  $B^T A^{-1}$ ?

16) В системе  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными поменяли местами два уравнения. Изменятся ли формы записи решения с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера? Изменится ли общее решение?

17) Доказать, что формулы Крамера являются другой формой записи решения  $X = A^{-1}B$  системы линейных уравнений  $AX = B$ .

## 2. Практическая подготовка

### 2.1. Выполнение практических заданий (решение задач) под руководством преподавателя:

1. Выполнить следующие задания для матрицы:

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$$

- Привести матрицу к треугольному виду;
- Привести матрицу к каноническому виду;
- Вычислить определитель матрицы двумя способами;
- Найти матрицу, обратную к данной матрице.

2. Решить СЛУ  $\begin{cases} -3x_1 + 4x_2 + x_3 = 17 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ -2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 8 \end{cases}$  :

- а) методом Гаусса;
- б) методом Крамера;
- в) матричным методом.

### 2.2. Самостоятельная групповая работа с контролем (проверкой) выполнения задания:

1. Выполнить следующие задания для матриц:

1)  $\begin{pmatrix} -1 & 9 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \\ 3 & 7 & 8 \end{pmatrix}$

2)  $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -7 & -1 & 8 \\ 2 & 6 & 9 \end{pmatrix}$

- Привести матрицу к треугольному виду;
- Привести матрицу к каноническому виду;
- Вычислить определитель матрицы двумя способами;
- Найти матрицу, обратную к данной матрице.

2. Решить СЛУ  $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 10 \\ -3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 8 \\ 5x_1 + 2x_2 + 8x_3 = -1 \end{cases}$  :

- а) методом Гаусса;
- б) методом Крамера;
- в) матричным методом.

### 2.3. Индивидуальная самостоятельная работа (отработка практических навыков):

1. Выполнить следующие задания для матриц:

1)  $\begin{pmatrix} -3 & 7 & 9 \\ 2 & 6 & 4 \\ 5 & 8 & 1 \end{pmatrix}$

2)  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -2 & 3 & 2 \\ 5 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

- Привести матрицу к треугольному виду;
- Привести матрицу к каноническому виду;
- Вычислить определитель матрицы двумя способами;
- Найти матрицу, обратную к данной матрице.

2. Решить СЛУ 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ 2x_1 + 6x_2 + 4x_3 = -6 \\ 3x_1 + 10x_2 + 8x_3 = -8 \end{cases}$$

- а) методом Гаусса;  
б) методом Крамера;  
в) матричным методом.

3. Решить СЛУ методом Гаусса. Указать общее и одно частное решение

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 4x_4 = -2 \\ -5x_1 + 8x_2 - 4x_3 + 12x_4 = -4 \\ 4x_1 - 7x_2 + 5x_3 - 12x_4 = -1 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 = -3 \end{cases}$$

### Самостоятельная внеаудиторная работа обучающихся по теме:

Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

#### 2) Ответить на вопросы для самоконтроля

- Если матрицы  $A$  и  $B$  можно умножать, следует ли из этого, что их можно складывать?
- Если матрицы  $A$  и  $B$  можно складывать, следует ли из этого, что их можно умножать?
- Можно ли умножать квадратную матрицу на неквадратную?
- Может ли произведение неквадратных матриц быть квадратной матрицей?
- Может ли при умножении нулевых матриц получиться нулевая матрица?
- Могут ли совпадать матрицы  $A$  и  $A^T$ ?
- Как выглядит матрица  $(A^T)^T$ ?
- Верно ли равенство  $(A + B)^T = A^T + B^T$ ?
- Верно ли равенство  $(A + E)(A - E) = A^2 - E$ ?
- Верно ли равенство  $(A + E)^2 = A^2 + 2A + E$ ?
- Верно ли равенство  $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$ ?
- Верно ли равенство  $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ ?
- Могут ли быть эквивалентными матрицы с различным количеством строк? столбцов?
- Обязательно ли существует произведение  $BA$ , если  $AB = E$ ?
- Может ли нулевая матрица быть эквивалентной не нулевой матрице?
- Может ли быть произведение матриц быть числом?
- Как изменится произведение матриц  $A$  и  $B$ , если переставить  $i$ -ю и  $j$ -ю строки матрицы  $A$ ?
- Как изменится произведение матриц  $A$  и  $B$ , если к  $i$ -й строке матрицы  $A$  прибавить  $j$ -ю строку, умноженную на число  $c$ ?
- Как изменится произведение матриц  $A$  и  $B$ , если переставить  $i$ -й и  $j$ -й столбы матрицы  $B$ ?
- Как изменится произведение матриц  $A$  и  $B$ , если к  $i$ -му столбцу матрицы  $B$  прибавить  $j$ -й столбец, умноженный на число  $c$ ?
- Всегда ли определитель суммы матриц равен сумме их определителей?
- Привести пример таких матриц, что определитель их суммы равен сумме их определителей.
- Привести пример двух таких матриц, что определитель их суммы равен сумме их определителей, причем ни один из трех определителей не равен нулю.
- Может ли определитель изменить знак на противоположный при транспонировании матрицы?
- Как изменится определитель 3-го порядка, если его строки переставить местами следующим образом: первую – на место второй, вторую – на место третьей, третью – на место первой?
- Могут ли различные методы решения систем линейных уравнений (метод Крамера и метод обратной матрицы) дать различные ответы?
- Совместная система  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными записана в матричной форме:  $AX = B$ . Будут ли решениями оба набора из  $n$  чисел:  $A^{-1}B$  и  $B^T A^{-1}$ ?

28. В системе  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными поменяли местами два уравнения. Изменятся ли формы записи решения с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера? Изменится ли общее решение?
29. Доказать, что формулы Крамера являются другой формой записи решения  $X = A^{-1}B$  системы линейных уравнений  $AX = B$ .
30. К системе линейных уравнений с  $n$  неизвестными дописали произвольное уравнение с  $n$  неизвестными. Как при этом изменится множество решений системы?
31. Из несовместной системы линейных уравнений удалили какое-то одно уравнение. Будет ли полученная система совместной?
32. Множество решений двух систем линейных уравнений совпадают. Равны ли расширенные матрицы этих систем? Равны ли ранги этих матриц?
33. Могут ли быть эквивалентными две системы линейных уравнений с одинаковым числом неизвестных, но с разным числом уравнений?
34. Что можно сказать о множестве решений системы линейных уравнений, если ранг  $r(A)$  матрицы этой системы и ранг  $r(A|B)$  расширенной матрицы равны нулю?
35. Что можно сказать о множестве решений системы линейных уравнений с матрицей  $A$  и расширенной матрицей  $(A|B)$ ,  $r(A) > r(A|B)$ ?

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля:

1. Определителем называется число, которое:
- 1) Находится по данным таблицы на пересечении определенных строки и столбца.
  - 2) Задается квадратной таблицей – таблицей, содержащей одинаковое число строк и столбцов, и вычисляется по определенному правилу.
  - 3) Задается прямоугольной таблицей – таблицей, содержащей любое число строк и столбцов, и вычисляется по определенному правилу.
2. Определители различаются порядком, который определяется их размером, т.е.
- 1) Количеством строк или столбцов.
  - 2) Только количеством строк.
  - 3) Только количеством столбцов.
  - 4) Суммарным количеством строк и столбцов.
3. Определитель 2 (второго) порядка записывается следующим образом:

$$1) \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{vmatrix}$$

$$2) \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

$$3) \Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{vmatrix}$$

4. Определитель 2 (второго) порядка вычисляется следующим образом:

$$1) \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} + a_{21}a_{12}.$$

$$2) \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{12} - a_{21}a_{22}.$$

$$3) \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}.$$

5. Минором  $M_{ij}$  элемента  $a_{ij}$  определителя  $n$ -го порядка называется:

- 1) Определитель  $(n+1)$ -го порядка, полученный из данного определителя вычеркиванием  $i$ -ой строки и  $j$ -го столбца, на пересечении которых стоит элемент  $a_{ij}$ .



- 2) Определитель  $(n-1)$ -го порядка, полученный из данного определителя вычеркиванием  $i$ -ой строки и  $j$ -го столбца, на пересечении которых стоит элемент  $a_{ij}$ .
- 3) Определитель  $(n+1)$ -го порядка, полученный из данного определителя добавлением  $i$ -ой строки и  $j$ -го столбца.
6. Алгебраическим дополнением элемента  $a_{ij}$  называется число:
  - 1)  $A_{ij} = (a_{ij})^{i+j} \cdot M_{ij}$ .
  - 2)  $A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$ .
  - 3)  $A_{ij} = (-n)^{i+j} \cdot M_{ij}$ .
7. Матрицей называется такая таблица, в которой:
  - 1) Число строк и столбцов могут быть разными.
  - 2) Число строк должно быть равным числу столбцов.
  - 3) Число строк должно быть больше числа столбцов.
8. Таблица, задающая матрицу, записывается:
  - 1) В квадратных скобках.
  - 2) В прямых скобках.
  - 3) В круглых скобках.
  - 4) В фигурных скобках.
9. Квадратной называется матрица, у которой:
  - 1) Число строк равно числу столбцов.
  - 2) Таблица записана в квадратных скобках.
10. Нулевой называется матрица, у которой:
  - 1) Все элементы равны между собой.
  - 2) Все элементы равны нулю.
  - 3) Все элементы, стоящие по диагонали равны нулю.
11. Единичной называется матрица  $E$ , у которой:
  - 1) Все элементы равны между собой.
  - 2) Все элементы равны единице.
  - 3) Все элементы, стоящие по диагонали равны единице.
12. Если матрица содержит только одну строку, то она называется:
  - 1) Единичной матрицей.
  - 2) Матрицей – строкой.
  - 3) Матрицей первого порядка.
13. Если матрица содержит только один столбец, то она называется:
  - 1) Единичной матрицей.
  - 2) Матрицей – столбцом.
  - 3) Матрицей первого порядка.
14. Для транспонирования матрицы необходимо:
  - 1) Поменять местами строки и столбцы.
  - 2) Поменять знаки у всех элементов на противоположные.
  - 3) Поменять элементы на противоположные им значения.
15. Матрица  $A^{-1}$  называется обратной для матрицы  $A$ , если:
  - 1) Их произведение равно нулевой матрице  $A^{-1}A=0$ .
  - 2) Их произведение равно диагональной матрице.
  - 3) Их произведение равно единичной матрице  $A^{-1}A=E$ .
16. Рангом матрицы  $A$  ( $\text{rang } A$ ) называется:
  - 1) Число ненулевых строк, оставшихся в ступенчатой матрице после элементарных преобразований.
  - 2) Число нулевых строк, получившихся в ступенчатой матрице после элементарных преобразований.
  - 3) Число единичных строк, оставшихся в ступенчатой матрице после элементарных преобразований.

17. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \end{vmatrix}$ :

- 1). 8;

- 2). -8;  
 3). -23;  
 4). 23.

18. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -2 & -5 \end{vmatrix}$ :

- 1). 0;  
 2). -20;  
 3). 20;  
 4). 100.

19. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 0 & 4 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 2 & -8 & 6 & 0 \end{vmatrix}$ :

- 1). 40;  
 2). -280;  
 3). 280;  
 4). -40

20. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & -3 \end{vmatrix}$ :

- 1). 0;  
 2). -2;  
 3). 2;  
 4). 20.

**Эталоны правильных ответов:**

№ вопроса	№ ответа	№ вопроса	№ ответа
1	2	11	3
2	1	12	2
3	2	13	2
4	3	14	1
5	2	15	3
6	2	16	1
7	1	17	3
8	3	18	3
9	1	19	2
10	2	20	1

1. Уравнение называется линейным, если:

- 1) Оно представляет собой уравнение прямой линии.  
 2) В нем нет дробных коэффициентов.  
 3) Вес неизвестные, входящие в него имеют только первую степень.

2. Матрицей А системы линейных уравнений называется матрица, составленная:

- 1) Из неизвестных.  
 2) Из свободных членов.  
 3) Из коэффициентов при неизвестных.

3. Расширенной матрицей А\* называется матрица, к которой добавлен столбец, состоящий:

- 1) Из неизвестных.  
 2) Из свободных членов.  
 3) Из нулей.

4. Система  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными является совместной и имеет единственное решение, если:

- 1)  $\text{rang}A = \text{rang}A^* = n$ .
- 2)  $\text{rang}A = \text{rang}A^* = k < n$ .
- 3)  $\text{Rang}A < \text{rang}A^*$ .
5. Система  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными является совместной и имеет множество решений, если:
  - 1)  $\text{rang}A = \text{rang}A^* = n$ .
  - 2)  $\text{rang}A = \text{rang}A^* = k < n$ .
  - 3)  $\text{Rang}A < \text{rang}A^*$ .
6. Система  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными является несовместной и не имеет решения, если:
  - 1)  $\text{rang}A = \text{rang}A^* = n$ .
  - 2)  $\text{rang}A = \text{rang}A^* = k < n$ .
  - 3)  $\text{Rang}A < \text{rang}A^*$ .
7. При решении системы линейных уравнений матричным методом матрица неизвестных  $X$  находится по правилу:

1)  $X = A^{-1} \cdot H$ , где  $H$  - матрица свободных членов,  $A^{-1}$  - матрица, обратная матрице системы.

2)  $X = A^* \cdot H$ , где  $H$  - матрица свободных членов,  $A^*$  - расширенная матрица системы.

3)  $X = A^T \cdot H$ , где  $H$  - матрица свободных членов,  $A^T$  - транспонированная матрица системы.

8. По методу Крамера решение системы 3 линейных уравнений с 3 неизвестными имеет вид:

1).  $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, y = \frac{\Delta_y}{\Delta}, z = \frac{\Delta_z}{\Delta}$ , где  $\Delta$  - главный определитель системы,  $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$  -

дополнительные определители, полученные из главного путем замены 1, 2 или 3 столбца, соответственно, столбцом неизвестных.

2).  $x = \frac{\Delta}{\Delta_x}, y = \frac{\Delta}{\Delta_y}, z = \frac{\Delta}{\Delta_z}$ , где  $\Delta$  - главный определитель системы,  $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$  -

дополнительные определители, полученные из главного путем замены 1, 2 или 3 столбца соответственно столбцом свободных членов.

3).  $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, y = \frac{\Delta_y}{\Delta}, z = \frac{\Delta_z}{\Delta}$ , где  $\Delta$  - главный определитель системы,  $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$  -

дополнительные определители, полученные из главного путем замены 1, 2 или 3 столбца соответственно столбцом свободных членов.

9. Исследовать на совместимость систему 
$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 5 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ 2x + y + 3z = 11 \end{cases}$$

- 1).  $\text{rang}A = \text{rang}A^* = n$ , система совместна.
- 2).  $\text{rang}A = \text{rang}A^* = k$ , система совместна.
- 3).  $\text{rang}A = \text{rang}A^* = k$ , система не совместна.
- 4).  $\text{rang}A = \text{rang}A^* = n$ , система не совместна.

10. Найти ранг матрицы: 
$$\begin{cases} 2x - y - z = 4 \\ 3x + 4y - 2z = 1 \\ 3x - 2y + 4z = 1 \end{cases}$$
 1)  $\text{rang}A=3$  2)  $\text{rang}A=2$  3)  $\text{rang}A=1$

#### Эталоны правильных ответов:

№ вопроса	№ ответа	№ вопроса	№ ответа
1	2	6	3
2	1	7	2
3	2	8	2
4	3	9	1
5	2	10	3

#### 4) Выполнить практические задания:

1. Выполнить следующие задания для матриц 1 - 5:

- Привести матрицу к треугольному виду;
- Привести матрицу к каноническому виду;
- Вычислить определитель матрицы двумя способами;
- Найти матрицу, обратную к данной матрице.

$$1) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 6 \\ 3 & 2 & -2 \\ 5 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ 4 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -2 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} 6 & -1 & 1 \\ 4 & 6 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -4 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -6 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

2. Решить СЛУ методом Гаусса. Указать общее и одно частное решение.

$$1) \begin{cases} -3x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 = -1 \\ -4x_1 + 13x_3 + x_4 = -10 \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 6 \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 = -8 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -3 \\ -x_1 - 3x_2 + 2x_4 = -3 \\ x_1 - 4x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 6 \end{cases}$$

2. Решить СЛУ а) методом Гаусса; б) методом Крамера; в) матричным методом.

### Рекомендуемая литература:

#### Основная литература

- И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

#### Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Сборник задач по высшей математике для экономистов/под ред. В.И. Ермакова.- М.: ИНФРА-М, 2002

## Раздел 1. Введение в высшую математику

### Тема 1.2. Основы аналитической геометрии и векторной алгебры

**Цель изучения раздела:** способствовать формированию системы теоретических знаний по представлению числовой информации в матричной форме, позволяющей применять алгебраические преобразования к массивам данных и представлять закономерности в виде матричных уравнений.

#### Задачи:

- Рассмотреть сферу применения аналитической геометрии в практической деятельности
- Сформировать представление о роли и возможности применения аналитической геометрии в практической деятельности
- Изучить понятия аналитической геометрии:
- Обучить студентов решению ситуационных задач с применением методов аналитической геометрии.

**Обучающийся должен знать:** основные понятия аналитической геометрии;

**Обучающийся должен уметь:** выполнять основные операции в практической деятельности

**Обучающийся должен владеть:** навыками решения типовых задач аналитической геометрии и их применения при решении ситуационных в практической деятельности.

### Самостоятельная аудиторная работа студентов

#### 1. Ответить на вопросы по теме занятия

1. Сформулировать определение линии.
2. Что такое текущие координаты?
3. Как найти точки пересечения двух линий?
4. Записать уравнение окружности данного радиуса с центром: а) в начале координат; б) в произвольной точке.
5. Как, имея уравнение окружности, написать уравнения ее левой, правой, нижней и верхней полуокружностей?
6. Что такое угловой коэффициент прямой?

7. Перечислить и записать основные уравнения прямой (на плоскости).
8. Как найти угловой коэффициент прямой, заданной: а) двумя известными ее точками; б) ее общим уравнением.
9. Сформулировать необходимое и достаточное условие параллельности двух прямых.
10. Сформулировать необходимое и достаточное условие перпендикулярности двух прямых.
11. Сформулировать определение эллипса, написать его каноническое уравнение, указать координаты фокусов и вершин, написать формулу для нахождения эксцентриситета. Изобразить эллипс.
12. Тот же вопрос для гиперболы
13. Дать определение параболы, написать ее каноническое уравнение

## **2. Практическая подготовка**

### **2.1. Задачи для решения под руководством преподавателя**

1. Дан параллелограмм ABCD, три вершины которого заданы (табл.1, №1). Найти четвертую вершину и острый угол параллелограмма.
2. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A, B, C (табл.2.,№1) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.
3. Найти угол между плоскостью  $\alpha$  и прямой, проходящей через начало координат и точку M (табл.3., №1). Вычислить расстояние от точки M до плоскости  $\alpha$ .
4. написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки M на прямую  $\ell$  (табл.4., №1).
5. Построить кривые по заданным уравнениям (табл.5.,№1)

### **2.2. Задачи для группового решения (с проверкой у доски)**

1. Дан параллелограмм ABCD, три вершины которого заданы (табл.1, №2). Найти четвертую вершину и острый угол параллелограмма.
2. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A, B, C (табл.2.,№2) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.
3. Найти угол между плоскостью  $\alpha$  и прямой, проходящей через начало координат и точку M (табл.3., №2). Вычислить расстояние от точки M до плоскости  $\alpha$ .
4. написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки M на прямую  $\ell$  (табл.4., №2).
5. Построить кривые по заданным уравнениям (табл.5.,№2)

### **2.3. Задачи для индивидуальной работы**

1. Дан параллелограмм ABCD, три вершины которого заданы (табл.1, №3). Найти четвертую вершину и острый угол параллелограмма.
2. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A, B, C (табл.2.,№3) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.
3. Найти угол между плоскостью  $\alpha$  и прямой, проходящей через начало координат и точку M (табл.3., №3). Вычислить расстояние от точки M до плоскости  $\alpha$ .
4. написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки M на прямую  $\ell$  (табл.4., №3).
5. Построить кривые по заданным уравнениям (табл.5.,№3)

Таблица 1. Варианты задания

Вариант	A	B	C
1	(-1; -2; 3)	(-4; 1; 2)	(5; 2; 7)
2	(1; 2; 3)	(3; -4; -2)	(-4; -3; 2)
3	(2; -3; -1)	(-3; 5; 3)	(4; 3; -4)
4	(3; -4; 2)	(-5; 2; -3)	(-1; 7; -2)
5	(-5; 2; 4)	(-3; -4; 2)	(6; -3; -3)
6	(-4; -3; 5)	(2; -5; 6)	(-2; 3; -5)
7	(4; 2; -3)	(-5; 6; -4)	(-2; -3; 4)
8	(-4; 5; -2)	(-1; -5; -8)	(3; -2; 4)
9	(-5; -3; -2)	(3; -4; -5)	(4; 2; 3)
10	(-3; 2; 6)	(-4; -5; -2)	(1; -3; -5)

Таблица 3. Варианты задания 3.

Вариант	M	$\alpha$
1	(2; -1; 3)	$3x - y + 2z - 4 = 0$
2	(2; -2; 4)	$x - 3y + 5z - 10 = 0$
3	(-4; 5; -1)	$4x + y - 2z + 5 = 0$
4	(-3; 2; 1)	$2x - y + z + 5 = 0$
5	(2; 3; 1)	$5x + 2y - z - 3 = 0$
6	(-3; -2; 4)	$7x + y + 5z - 2 = 0$
7	(2; 5; -3)	$2x - y + 3z + 14 = 0$
8	(-4; -3; -5)	$x - 3y + 2z - 4 = 0$
9	(4; -3; -2)	$3x + y - 5z + 1 = 0$
10	(4; 1; 3)	$x + 2y + 3z - 6 = 0$

Таблица 2. Варианты задания 2.

Вариант	A	B	C
1	(3; 4)	(2; -1)	(1; -7)
2	(-4; -5)	(3; 3)	(5; -2)
3	(-3; 5)	(4; -3)	(-2; -4)
4	(3; -2)	(-5; -4)	(-1; 6)
5	(2; 5)	(-3; 4)	(-4; -2)
6	(-3; 2)	(-2; -5)	(6; -1)
7	(-6; -4)	(3; -7)	(1; 2)

Таблица 4. Варианты задания 4.

Вариант	M	l
1	(3; 2; 1)	$\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-2}$
2	(2; -1; 3)	$\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$
3	(1; -3; -2)	$\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-2}{3}$
4	(-4; 2; -3)	$\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-1}$
5	(-4; 5; 2)	$\frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{3}$
6	(-2; -4; 5)	$\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{2}$
7	(3; 5; -2)	$\frac{x+3}{3} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+1}{2}$

Вариант	Уравнения
1	$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25} = 1$ $y^2 = 9x$
2	$(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 4$ $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{4} = 1$ $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ $y^2 = 7x$
3	$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$ $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ $y^2 = 5x$

Таблица 5. Варианты задания 5.

4	$(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 25$ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{25} = 1$ $y^2 = 16x$
5	$(x + 3)^2 + (y + 3)^2 = 4$ $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$ $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1$ $y^2 = 3x$
6	$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1$ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ $y^2 = 4x$

### Самостоятельная внеаудиторная работа студентов

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля и для собеседования:

1. Дать определение линии.
2. Что такое текущие координаты?
3. Как найти точки пересечения двух линий?
4. Записать уравнение окружности данного радиуса с центром: а) в начале координат; б) в произвольной точке.
5. Как, имея уравнение окружности, написать уравнения ее левой, правой, нижней и верхней полуокружностей?
6. Что такое угловой коэффициент прямой?
7. Перечислить и записать основные уравнения прямой (на плоскости).
8. Как найти угловой коэффициент прямой, заданной: а) двумя известными ее точками; б) ее общим уравнением.
9. Сформулировать необходимое и достаточное условие параллельности двух прямых.
10. Сформулировать необходимое и достаточное условие перпендикулярности двух прямых.
11. Сформулировать определение эллипса, написать его каноническое уравнение, указать координаты фокусов и вершин, написать формулу для нахождения эксцентриситета. Изобразить эллипс.
12. Тот же вопрос для гиперболы
13. Дать определение параболы, написать ее каноническое уравнение

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля.

#### АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. В прямоугольной системе координат на плоскости ( $xOy$ ) горизонтальную ось называют осью:
  - 1) Абсцисс.
  - 2) Ординат.
  - 3) Апликат.
2. В прямоугольной системе координат на плоскости ( $xOy$ ) вертикальную ось называют осью:
  - 1) Абсцисс.

- 2) Ординат.
- 3) Апликат.
3. В прямоугольной системе координат на плоскости ( $xOy$ ) любую точку можно задать координатами:

- 1)  $(0; y)$ .
- 2)  $(x; 0)$ .
- 3)  $(x; y)$ .

4. Расстояние между любыми двумя точками плоскости можно определить по формуле:

- 1)  $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2}$
- 2)  $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- 3)  $d = \sqrt{(x_2 + x_1)^2 - (y_2 + y_1)^2}$ .

5. Координаты середины отрезка между двумя точками на плоскости:

- 1) 
$$x = \begin{cases} \frac{x_1 + x_2}{2} \\ \frac{y_1 + y_2}{2} \end{cases}$$

- 2) 
$$x = \begin{cases} \frac{x_1 - x_2}{2} \\ \frac{y_1 - y_2}{2} \end{cases}$$

- 3) 
$$x = \begin{cases} \frac{x_1 + y_1}{2} \\ \frac{x_2 + y_2}{2} \end{cases}$$

6. Уравнение прямой в общем виде записывается следующим образом:

- 1)  $Ax + By + C = 0$ .
- 2)  $y = kx + b$ .
- 3)  $\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} = 1$ .

7. Уравнение прямой в отрезках записывается следующим образом:

- 1)  $Ax + By + C = 0$ .
- 2)  $y = kx + b$ .
- 3)  $\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} = 1$ .

8. Уравнение прямой с угловым коэффициентом записывается следующим образом:

- 1)  $Ax + By + C = 0$ .
- 2)  $y = kx + b$ .
- 3)  $\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} = 1$ .

9. Прямая линия проходит через начало координат, если ее уравнение в общем виде можно записать как:

- 1)  $Ax + C = 0$ .
- 2)  $Ax + By = 0$ .
- 3)  $By + C = 0$ .



10. Прямая линия проходит параллельно оси ординат, если ее уравнение в общем виде можно записать как:

- 1)  $Ax + C = 0$ .
- 2)  $Ax + By = 0$ .
- 3)  $By + C = 0$ .

11. Прямая линия проходит параллельно оси абсцисс, если ее уравнение в общем виде можно записать как:

- 1)  $Ax + C = 0$ .
- 2)  $Ax + By = 0$ .
- 3)  $By + C = 0$ .

12. Две прямые  $y_1 = k_1x + b_1$  и  $y_2 = k_2x + b_2$  будут взаимно параллельны, если:

- 1)  $k_1 \cdot k_2 = 1$ .
- 2)  $k_1 \cdot k_2 = -1$ .
- 3)  $k_1 = k_2$ .

13. Две прямые  $y_1 = k_1x + b_1$  и  $y_2 = k_2x + b_2$  будут взаимно перпендикулярны, если:

- 1)  $k_1 \cdot k_2 = 1$ .
- 2)  $k_1 \cdot k_2 = -1$ .
- 3)  $k_1 = k_2$ .

14. Окружностью называется:

- 1) Геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от точки (центра) той же плоскости.
- 2) Геометрическое место точек плоскости, сумма расстояний которых до двух данных точек (фокусов) той же плоскости постоянна.
- 3) Геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от точки (фокуса) и от прямой (директрисы), не проходящей через данную точку, расположенных в той же плоскости.

15. Эллипсом называется:

- 1) Геометрическое место точек плоскости, сумма расстояний которых до двух данных точек (фокусов) той же плоскости постоянна.
- 2) Геометрическое место точек плоскости, абсолютное значение разности расстояний которых для двух данных точек (фокусов) той же плоскости постоянно.
- 3) Геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от точки (фокуса) и от прямой (директрисы), не проходящей через данную точку, расположенных в той же плоскости.

16. Гиперболой называется:

- 1) Геометрическое место точек плоскости, сумма расстояний которых до двух данных точек (фокусов) той же плоскости постоянна.
- 2) Геометрическое место точек плоскости, абсолютное значение разности расстояний которых для двух данных точек (фокусов) той же плоскости постоянно.
- 3) Геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от точки (фокуса) и от прямой (директрисы), не проходящей через данную точку, расположенных в той же плоскости.

17. Параболой называется:

- 1) Геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от точки (центра) той же плоскости.
- 2) Геометрическое место точек плоскости, сумма расстояний которых до двух данных точек (фокусов) той же плоскости постоянна.
- 3) Геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от точки (фокуса) и от прямой (директрисы), не проходящей через данную точку, расположенных в той же плоскости.

18. Уравнение окружности имеет вид:

- 1)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
- 2)  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

$$3) \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

19. Уравнение гиперболы имеет вид:

$$1) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$2) (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$3) \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

20. Уравнение эллипса имеет вид:

$$1) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$2) (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$3) \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

21. Уравнение параболы имеет вид:

$$1) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$2) (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$3) y^2 = 2px$$

22. Эксцентриситет эллипса равен:

$$1) \varepsilon = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2}$$

$$2) \varepsilon = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$$

$$3) x = -\frac{p}{2}$$

23. Эксцентриситет гиперболы равен:

$$1) \varepsilon = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2}$$

$$2) \varepsilon = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$$

$$3) x = -\frac{p}{2}$$

24. Директриса параболы равна:

$$1) \varepsilon = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2}$$

$$2) \varepsilon = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$$

$$3) x = -\frac{p}{2}$$

25. Эллипсоид задается уравнением:

1)  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$

2)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

3)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

26. Эллиптический цилиндр задается уравнением:

1)  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$

2)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

3)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

27. Сфера задается уравнением:

1)  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$

2)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

3)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

28. Эллиптический конус задается уравнением:

1)  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$

2)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$

3)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

29. Гиперболоид однополостной задается уравнением:

1)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

2)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$

3)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

30. Гиперболический параболоид задается уравнением:

1)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$

2)  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

3)  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z$

## ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

1) Вектором называется

а) направленный отрезок

б) отрезок, имеющий определенную длину

с) направленный отрезок, имеющий определенную длину

- 2) Модулем вектора называется
- длина вектора
  - вектор единичной длины
  - вектор, начало и конец которого совпадают
- 3) Векторы, расположенные на параллельных прямых или на одной прямой называются ...
- коллинеарными
  - сонаправленными
  - противоположно направленными
  - равными
  - противоположными
- 4) Коллинеарные векторы одинакового направления называются...
- сонаправленными
  - противоположно направленными
  - равными
  - противоположными
- 5) Коллинеарные векторы разного направления называются...
- сонаправленными
  - противоположно направленными
  - равными
  - противоположными
- 6) Сонаправленные вектора, равные по модулю называются...
- противоположно направленными
  - равными
  - противоположными
- 7) Противоположно направленные вектора, равные по модулю называются...
- сонаправленными
  - равными
  - противоположными
- 8) Линейными операциями над векторами являются
- операция сложения векторов
  - операция вычитания векторов
  - операция умножения вектора на число
  - операция скалярного умножения двух векторов
  - операция векторного умножения двух векторов
  - операция смешанного умножения трех векторов
- 9) Нелинейными операциями над векторами являются
- операция сложения векторов
  - операция вычитания векторов
  - операция умножения вектора на число
  - операция скалярного умножения двух векторов
  - операция векторного умножения двух векторов
  - операция смешанного умножения трех векторов
- 10) Даны векторы  $\vec{a}$  и  $\alpha\vec{a}$ . При каких значениях  $\alpha$  эти векторы равны?
- 1
  - 1
  - $\alpha < 0$
  - $\alpha > 0$
- 11) Даны векторы  $\vec{a}$  и  $\alpha\vec{a}$ . При каких значениях  $\alpha$  эти векторы противоположны?
- 1
  - 1
  - $\alpha < 0$
  - $\alpha > 0$
- 12) Даны векторы  $\vec{a}$  и  $\alpha\vec{a}$ . При каких значениях  $\alpha$  эти векторы противоположно направлены?
- 1
  - 1

- c)  $\alpha < 0$   
 d)  $\alpha > 0$

13) Даны векторы  $\vec{a}$  и  $\alpha\vec{a}$ . При каких значениях  $\alpha$  эти векторы сонаправлены?

- a) 1  
 b) -1  
 c)  $\alpha < 0$   
 d)  $\alpha > 0$

14) Векторы  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$  называются линейно зависимыми, если

- a) найдутся числа  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  не все равные 0, что будет выполняться равенство

$$\lambda_1\vec{a}_1 + \lambda_2\vec{a}_2 + \dots + \lambda_n\vec{a}_n = \vec{0}$$

- b) для чисел  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  равных 0, будет выполняться равенство  $\lambda_1\vec{a}_1 + \lambda_2\vec{a}_2 + \dots + \lambda_n\vec{a}_n = \vec{0}$

- c) для любых чисел  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  будет выполняться равенство  $\lambda_1\vec{a}_1 + \lambda_2\vec{a}_2 + \dots + \lambda_n\vec{a}_n = \vec{0}$

- d) найдутся числа  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  не все равные 0, что будет выполняться равенство

$$\lambda_1\vec{a}_1 + \lambda_2\vec{a}_2 + \dots + \lambda_n\vec{a}_n \neq \vec{0}$$

15) Даны координаты точек на плоскости  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$ . Найти координаты соответствующего вектора  $\vec{AB}$

- a)  $\vec{AB}(x_1 + x_2; y_1 + y_2)$

- b)  $\vec{AB}(x_1 - x_2; y_1 - y_2)$

- c)  $\vec{AB}(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$

16) Даны координаты точек на плоскости  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$ . Найти координаты соответствующего вектора  $\vec{BA}$

- a)  $\vec{BA}(x_1 + x_2; y_1 + y_2)$

- b)  $\vec{BA}(x_1 - x_2; y_1 - y_2)$

- c)  $\vec{BA}(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$

17) Дан вектор  $\vec{AB}(x; y)$ . Его модуль можно найти из соотношения

- a)  $|\vec{AB}| = \sqrt{x^2 - y^2}$

- b)  $|\vec{AB}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

- c)  $|\vec{AB}| = \sqrt{y^2 - x^2}$

18) Даны вектора  $\vec{AB}(x_1; y_1)$  и  $\vec{CD}(x_2; y_2)$ . Они коллинеарны тогда и только тогда, когда выполняется соотношения

- a)  $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$

- b)  $\frac{x_1}{x_2} \neq \frac{y_1}{y_2}$

- c)  $\frac{x_1}{y_2} = \frac{x_2}{y_1}$

19) Даны вектора  $\vec{AB}(x_1; y_1)$  и  $\vec{CD}(x_2; y_2)$ . Их скалярное произведение в координатной форме равно

- a)  $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2$

- b)  $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$

- c)  $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = x_1 \cdot y_1 - x_2 \cdot y_2$

- d)  $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = x_1 \cdot x_2 - y_1 \cdot y_2$

e)  $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = x_2 \cdot y_2 - x_1 \cdot y_1$

f)  $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = y_1 \cdot y_2 - x_1 \cdot x_2$

20) Даны вектора  $\vec{AB}$  и  $\vec{CD}$ . Их скалярное произведение по определению равно

a)  $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = |\vec{AB}| \cdot |\vec{CD}| \cdot \cos \angle(\vec{AB}, \vec{CD})$

b)  $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = |\vec{AB}| \cdot |\vec{CD}| \cdot \sin \angle(\vec{AB}, \vec{CD})$

c)  $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = |\vec{AB}| \cdot |\vec{CD}| \cdot \operatorname{tg} \angle(\vec{AB}, \vec{CD})$

21) Критерий перпендикулярности ненулевых векторов

d) Перпендикулярны тогда и только тогда, когда их скалярное произведение равно 0;

e) Перпендикулярны тогда и только тогда, когда их скалярное произведение неравно 0;

f) Перпендикулярны тогда и только тогда, когда их векторное произведение равно 0;

g) Перпендикулярны тогда и только тогда, когда их векторное произведение неравно 0.

22) Три некопланарных вектора  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ , взятые в указанном порядке, образуют правую тройку, если:

a) с конца третьего вектора  $\vec{c}$  кратчайший поворот от первого вектора  $\vec{a}$  ко второму вектору  $\vec{b}$  виден совершающимся против часовой стрелки;

b) если с конца третьего вектора  $\vec{c}$  кратчайший поворот от первого вектора  $\vec{a}$  ко второму вектору  $\vec{b}$  виден совершающимся по часовой стрелке;

c) с конца третьего вектора  $\vec{a}$  кратчайший поворот от вектора  $\vec{b}$  к вектору  $\vec{c}$  виден совершающимся против часовой стрелки.

23) Из определения векторного произведения непосредственно вытекает следующее

соотношение между ортами  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  :

d)  $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}, \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}, \vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$  ;

e)  $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}, \vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k}, \vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k}$  ;

f)  $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}, \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}, \vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$  ;

g)  $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}, \vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k}, \vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$  .

24) Если  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ , то:

h)  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$  ;

i)  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{i}$  ;

j)  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$

25) Площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равна:

к)  $S_{\Delta} = 1/2 |\vec{a} \times \vec{b}|$ .

л)  $S_{\Delta} = 2 |\vec{a} \times \vec{b}|$ .

м)  $S_{\Delta} = |\vec{a} \times \vec{b}|$ .

26) Смешанное произведение трех векторов  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$  представляет собой:

н) Некоторый вектор;

о) Некоторое число;

р) Модуль некоторого вектора.

27) Смешанное произведение трех векторов равно:

a) объему параллелепипеда, построенного на этих векторах, взятому со знаком «минус», если эти векторы образуют правую тройку, и со знаком «плюс», если они образуют левую тройку.

b) объему пирамиды, построенной на этих векторах, взятому со знаком «плюс», если эти векторы образуют правую тройку, и со знаком «минус», если они образуют левую тройку.

с) объему параллелепипеда, построенного на этих векторах, взятому со знаком «плюс», если эти векторы образуют правую тройку, и со знаком «минус», если они образуют левую тройку.

28) Смешанное произведение векторов  $(\vec{a} \times \vec{b}) \vec{c}$  в координатной форме равно определителю третьего порядка, составленному из координат перемножаемых векторов по правилу:

$$a) (\vec{a} \times \vec{b}) \vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix};$$

$$b) (\vec{a} \times \vec{b}) \vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_z & a_y \\ b_x & b_z & b_y \\ c_x & c_z & c_y \end{vmatrix};$$

$$c) (\vec{a} \times \vec{b}) \vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & b_x & c_x \\ a_y & b_y & c_y \\ a_z & b_z & c_z \end{vmatrix}.$$

#### Эталоны правильных ответов:

Аналитическая геометрия						Векторная алгебра					
№ вопрос	№ ответ	№ вопрос	№ ответ	№ вопрос	№ ответ	№ вопрос	№ ответ	№ вопрос	№ ответ	№ вопрос	№ ответ
1	2	11	1	21	1	1	1	11	2	21	1
2	3	12	2	22	2	2	2	12	3	22	1
3	2	13	2	23	3	3	3	13	1	23	1
4	1	14	1	24	2	4	2	14	2	24	2
5	1	15	3	25	3	5	2	15	3	25	2
6	2	16	1	26	1	6	3	16	2	26	3
7	2	17	3	27	3	7	3	17	2	27	1
8	3	18	3	28	2	8	1	18	3	28	2
9	3	19	3	29	1	9	1	19	3		
10	1	20	2	30	1	10	1	20	3		

#### 4) Выполнить практические задания.

1. Дан параллелограмм ABCD, три вершины которого заданы (табл.1, №5). Найти четвертую вершину и острый угол параллелограмма.
2. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A, B, C (табл.2., №5) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.
3. Найти угол между плоскостью  $\alpha$  и прямой, проходящей через начало координат и точку M (табл.3., №5). Вычислить расстояние от точки M до плоскости  $\alpha$ .
4. Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки M на прямую  $\ell$  (табл.4., №5).
5. Построить кривые по заданным уравнениям (табл.5., №5)

#### Рекомендуемая литература:

##### Основная литература

- И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

##### Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Сборник задач по высшей математике для экономистов/под ред. В.И. Ермакова.- М.: ИНФРА-М, 2002

## Раздел 1. Введение в высшую математику

### Тема 1.3. Комплексные числа.

**Цель изучения раздела:** способствовать формированию целостной системы теоретических знаний по вопросам представления числовых множеств.

#### Задачи:

- Рассмотреть сферу применения комплексных чисел
- Сформировать представление о роли комплексных чисел
- Изучить понятия теории комплексных чисел:
- Обучить студентов решению типовых и ситуационных задач с применением методов использования комплексных чисел.

**Обучающийся должен знать:** основные понятия теории комплексных чисел;

**Обучающийся должен уметь:** выполнять основные операции над комплексными числами;

**Обучающийся должен владеть:** навыками по представлению комплексных чисел в различной форме и действиями с комплексными числами.

#### Самостоятельная аудиторная работа студентов

##### 1. Ответить на вопросы по теме занятия

Дайте определение комплексного числа.

Какие числа называются комплексно – сопряженными?

Какие комплексные числа называются равными?

Как вычислить модуль комплексного числа?

Как производятся действия над комплексными числами в алгебраической форме?

##### 2. Практическая подготовка

###### 2.1. Задачи для решения под руководством преподавателя

1. Отметить на плоскости точки, изображающие следующие комплексные числа:

$$-\frac{i}{2}; 1; -1 + i; \frac{3i}{-1-i}; (-1 + 4i)^4.$$

2. Найти  $z_1 + z_2$ ;  $z_1 - z_2$ ;  $z_1 \cdot z_2$ ;  $\frac{z_1}{z_2}$ , если

1)  $z_1 = 5, z_2 = 1 + 2i$ ;

2)  $z_1 = 3 + 2i, z_2 = 2 + i$ ;

3)  $z_1 = -2i - 6, z_2 = 7 + 3i$ .

3. Найти число, сопряженное данному: 1)  $6i$ ; 2)  $-4$ ; 3)  $-3 + i$ ;

4)  $(2i - 7)(-1 + 3i)$

; 5)  $(1 + i)^2$ ; 6)  $\frac{1}{i}$ .

4. Найти число, сопряженное данному: 1)  $115i^2$ ; 2)  $-4i^5$ ; 3)  $-3 + \sqrt{5}i$ ;

4)  $(1 + i)^3 - (1 - i)^3$

; 5)  $\frac{1+i}{i}$ ; 6)  $\frac{1+i}{i-5}$ .

5. Представить число в алгебраической форме:

1)  $\frac{-4i}{3-i}$ ; 2)  $(2 - i\sqrt{3})^{15}$ ; 3)  $\frac{(1+2i)^2}{i-1} - \frac{-i}{2+i}$ ; 4)  $\frac{4}{\sqrt{3}-i} + (i-1)^3$ ; 5)  $\left(\frac{i+1}{1-i}\right)^{100} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)$ ; 6)

$$\frac{(-1+i)^5}{(-i-1)^3} + 2i - 7.$$

6. Найти модуль и аргумент комплексного числа:

$i, -1; -2i; \sqrt{2}; -1-i; -1+i; 1+i; 1-i$ .



7. Заданы ли следующие комплексные числа в тригонометрической форме:

- 1)  $2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ ;      5)  $4\left(\cos\frac{\pi}{3} - i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ ;  
 2)  $-3\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ ;      6)  $\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ ;  
 3)  $\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{5}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{5}\right)\right)$ ;      7)  $\sin\frac{3\pi}{4} + i\cos\frac{3\pi}{4}$ .  
 4)  $5\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ ;

8. Представить числа в тригонометрической форме:

- 1)  $-3\sqrt{3} + 3i$ ;  $-5\sqrt{3} - 5i$ ;  $\sqrt{3} + i$ ;  $2\sqrt{3} - 2i$ ;  
 2)  $-3 + 4i$ ;  $2 - \sqrt{3}i$ ;  $-8 - 6i$ ;  
 3)  $-2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ ;  $\cos\frac{3\pi}{4} - i\sin\frac{3\pi}{4}$ ;  
 4)  $1 + \cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}$ .

9. Представить число в алгебраической форме:

- 1)  $\frac{2+3i}{i}$ ;    2)  $(1+i)^9$ ;    3)  $\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$ ;    4)  $\left(\frac{i\sqrt{3}+1}{1-i}\right)^{20}$ ;    5)  $\left(\frac{1}{\sqrt{3}-i}\right)^{17}$ ;  
 6)  $(1+i)^8(1-i\sqrt{3})^6$

10. Выполнить действия:

- 1)  $\frac{3+i}{3-i} + \frac{3-i}{3+i}$ ; 2)  $(-1+i)^4(1-i\sqrt{3})^6$ ;    3)  $(1+i)^4 - 4(1+i)^3 + 3(1+i)^2 - 2(1+i) - 1$ ;  
 4)  $(1-i\sqrt{3})^{90}$ ; 5)  $1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^{20}$ ; 6)  $\frac{(1-i)^5 - 1}{(1+i)^5 + 1}$ ; 7)  $\frac{(1+i)^{1000}}{(1-i)^{998}}$ .

11. Вычислить:  $i^5$ ;  $i^6$ ;  $i^8$ ;  $\frac{1}{i^7}$ ;  $i^{2007}$ .

12. Найти сумму  $A = i + i^2 + i^3 + \dots + i^{15}$ .

13. Вычислить, используя тригонометрическую форму комплексного числа: 1)

- $\left[2\left(\cos\frac{\pi}{5} + i\sin\frac{\pi}{5}\right)\right]^{10}$  ;  
 2)  $(1+i\sqrt{3})^{-5}$ ;      5)  $(1+i\sqrt{3})(1+i)\left(\cos\frac{\pi}{12} - i\sin\frac{\pi}{12}\right)$ ;  
 3)  $\frac{\cos\frac{7\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi}{12}}{\cos\frac{5\pi}{12} - i\sin\frac{5\pi}{12}}$ ;      6)  $\left(1 - \cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)^4$ .  
 4)  $\frac{(1+i)^5}{1-i}$ ;

14. Найти все корни  $n$ -й степени из числа  $z$ : 1)  $z = -3$ ,  $n = 2$ ;

$$2) z = -i, n = 4;$$

$$3) z = -4\sqrt{3} - 4i, n = 3;$$

$$4) z = (1 - i\sqrt{3})^{10}, n = 4;$$

$$5) z = \frac{3}{-\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3}i}, n = 6;$$

$$6) z = \left( \frac{2\sqrt{3} - 2i}{1 + \sqrt{3}i} \right)^{15}, n = 3;$$

$$7) z = 2, n = 3;$$

$$8) z = 16, n = 4.$$

**15. Найти все корни  $n$ -й степени из числа  $z$  и дать геометрическую интерпретацию, если:**

$$1) z = -1, n = 2;$$

$$2) z = -1 + i, n = 4;$$

$$3) z = \frac{(1 + i\sqrt{3})^{20}}{(i - 1)^8}, n = 6;$$

$$4) z = -27, n = 3;$$

$$5) z = 32, n = 5;$$

$$6) z = 3, n = 4.$$

2.2. Задачи для группового решения (с проверкой у доски)

**Отметить на плоскости точки, изображающие следующие комплексные числа:**

$$\frac{3i}{-1-i}; (-1+4i)^4.$$

**Найти**  $z_1 + z_2; z_1 - z_2; z_1 \cdot z_2; \frac{z_1}{z_2}$ , если

$$z_1 = 3 + 2i, z_2 = 2 + i;$$

$$z_1 = -2i - 6, z_2 = 7 + 3i.$$

**Найти число, сопряженное данному:**

$$6i;$$

$$-4;$$

$$\frac{1}{i}.$$

**Найти число, сопряженное данному:**

$$115i^2;$$

$$(1+i)^3 - (1-i)^3;$$

$$\frac{1+i}{i};$$

**Представить число в алгебраической форме:**

$$1)(2-i\sqrt{3})^{15}; 2)\frac{(1+2i)^2}{i-1} - \frac{-i}{2+i}; 3)\frac{(-1+i)^5}{(-i-1)^3} + 2i - 7.$$

**Найти модуль и аргумент комплексного числа:**

$$-1-i; -1+i; 1+i; 1-i.$$

**Заданы ли следующие комплексные числа в тригонометрической форме:**

$$4) 5\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right);$$

$$5) 4\left(\cos\frac{\pi}{3} - i\sin\frac{\pi}{3}\right);$$

$$6)\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right);$$

$$7) \sin\frac{3\pi}{4} + i\cos\frac{3\pi}{4}.$$

**Представить числа в тригонометрической форме:**

$$-3+4i; 2-\sqrt{3}i; -8-6i;$$

$$-2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right); \cos\frac{3\pi}{4} - i\sin\frac{3\pi}{4};$$

**Представить число в алгебраической форме:**

$$(1+i)^9;$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left( \cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right);$$

$$(1+i)^8 (1-i\sqrt{3})^6$$

**Выполнить действия:**

$$\frac{3+i}{3-i} + \frac{3-i}{3+i};$$

$$(-1+i)^4 (1-i\sqrt{3})^6;$$

$$(1+i)^4 - 4(1+i)^3 + 3(1+i)^2 - 2(1+i) - 1;$$

$$1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^{20};$$

$$\frac{(1-i)^5 - 1}{(1+i)^5 + 1};$$

**Вычислить, используя тригонометрическую форму комплексного числа:**

$$\frac{(1+i)^5}{1-i};$$

$$(1+i\sqrt{3})(1+i) \left( \cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12} \right);$$

$$\left( 1 - \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)^4.$$

### 2.3. Задачи для индивидуальной работы

**Отметить на плоскости точки, изображающие следующие комплексные числа:**

$$-\frac{i}{2}; 1; -1+i;$$

**Найти**  $z_1 + z_2; z_1 - z_2; z_1 \cdot z_2; \frac{z_1}{z_2}$ , если

$$z_1 = 5, z_2 = 1 + 2i;$$

**Найти число, сопряженное данному:**

$$-3+i;$$

$$(1+i)^2;$$

$$115i^2;$$

**Представить число в алгебраической форме:**

$$1) \frac{-4i}{3-i}; 3) \frac{(1+2i)^2}{i-1} - \frac{-i}{2+i}; 5) \left( \frac{i+1}{1-i} \right)^{100} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right);$$

**Найти модуль и аргумент комплексного числа:**

$$i, -1; -2i; \sqrt{2}; -1-i;$$

**Заданы ли следующие комплексные числа в тригонометрической форме:**

$$1) 2 \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right);$$

$$2) -3 \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right);$$

**Представить числа в тригонометрической форме:**

$$-3\sqrt{3} + 3i; -5\sqrt{3} - 5i; \sqrt{3} + i; 2\sqrt{3} - 2i;$$

$$-2 \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right);$$

**Представить число в алгебраической форме:**

$$\frac{2+3i}{i};$$

$$(1+i)^9;$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left( \cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right);$$

$$\left( \frac{i\sqrt{3}+1}{1-i} \right)^{20};$$

**Выполнить действия:**

$$\frac{3+i}{3-i} + \frac{3-i}{3+i};$$

$$(-1+i)^4 (1-i\sqrt{3})^6;$$

$$(1+i)^4 - 4(1+i)^3 + 3(1+i)^2 - 2(1+i) - 1;$$

**Вычислить, используя тригонометрическую форму комплексного числа:**

$$\left[ 2 \left( \cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5} \right) \right]^{10};$$

$$(1+i\sqrt{3})^{-5};$$

$$\frac{\cos \frac{7\pi}{12} + i \sin \frac{7\pi}{12}}{\cos \frac{5\pi}{12} - i \sin \frac{5\pi}{12}};$$

### Самостоятельная внеаудиторная работа студентов

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля и для собеседования:

1. Дать определение комплексного числа.
2. Сформулировать определение мнимой единицы.
3. Как найти степень мнимой единицы?
4. Какие комплексные числа называют равными, сопряженными?

5. Записать формулу для нахождения произвольного степени мнимой единицы.
6. Приведите примеры чисто мнимых чисел.
7. Дать определение суммы двух комплексных чисел.
8. Дать определение произведения двух комплексных чисел.
9. Дать определение частного двух комплексного числа.
10. Как изображаются комплексные числа на координатной плоскости?
11. Дать определение модуля и аргумента комплексного числа.
12. Записать формулу для нахождения модуля комплексного числа.
13. Как найти аргумент комплексного числа?
14. Записать общий вид комплексного числа в тригонометрической форме.
15. Как перемножить два комплексного числа в тригонометрической форме?
16. Как разделить два комплексного числа в тригонометрической форме?
17. Как возвести в степень комплексное число в тригонометрической форме?
18. Сколько значений имеет корень  $n$ -й степени из комплексного числа?
19. Как найти все значения корня  $n$ -й степени из комплексного числа?
20. Какое равенство называется формулой Эйлера?
21. Записать общий вид комплексного числа в показательной форме.
22. Как осуществить переход от алгебраической формы комплексного числа к показательной форме?
23. Как перемножить два комплексного числа в показательной форме?
24. Как разделить два комплексного числа в показательной форме?
25. Как возвести в степень комплексное число в показательной форме?
26. Как найти все значения корня  $n$ -й степени из комплексного числа в показательной форме?

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля.

**Часть I.** Выберите один правильный ответ.

**1. На множестве действительных чисел не выполняема операция:**

- а) деления чисел
- б) возведения в степень отрицательного числа
- в) извлечения корня из отрицательного числа
- г) сравнения чисел

**2. Комплексные числа были введены для получения дополнительных возможностей при решении:**

- а) систем линейных уравнений
- б) квадратных уравнений
- в) уравнений высших степеней
- г) тригонометрических уравнений

**3. Что представляет собой число  $i$ :**

- а) число, квадратный корень из которого равен  $-1$
- б) число, квадрат которого равен  $-1$
- в) число, квадратный корень из которого равен  $1$
- г) число, квадрат которого равен  $1$

**4. Числа  $5$ ;  $3-6i$ ;  $2,7$ ;  $2i$  принадлежат множеству:**

- а) действительных чисел
- б) мнимых чисел
- в) иррациональных чисел
- г) комплексных чисел

**5. Термин «мнимые числа» ввел:**

- а) Декарт
- б) Эйлер
- в) Кардано
- г) Муавр

**6. Из предложенных чисел выберите чисто мнимое число:**

- а)  $z = 5 - 3i$
- б)  $z = 75i$
- в)  $z = 32$
- г)  $z = 0$

**7. Выражение  $z = a + bi$  называется:**

- а) вещественной частью комплексного числа
- б) мнимой частью комплексного числа
- в) тригонометрической формой комплексного числа
- г) алгебраической формой комплексного числа

**8. Числа  $a + bi$  и  $a - bi$  называются:**

- а) сопряженными
- б) противоположными
- в) обратными
- г) мнимыми

**9. Числа  $a + bi$  и  $-a - bi$  называются:**

- а) сопряженными
- б) противоположными
- в) обратными
- г) мнимыми

**10. Два комплексных числа нельзя соединить знаком:**

- а) равенства
- б) неравенства
- в) деления
- г) разности

**11. На координатной плоскости число изображается:**

- а) точкой или радиус-вектором
- б) отрезком
- в) плоской геометрической фигурой
- г) заштрихованной частью плоскости

**12. Аргументом комплексного числа называется:**

- а) вещественная часть комплексного числа
- б) мнимая часть комплексного числа
- в) расстояние от начала координат до точки, в виде которой отображается комплексное число
- г) угол, который радиус-вектор от начала координат до точки, в виде которой отображается комплексное число, образует с осью  $Ox$

**13. Модулем комплексного числа называется:**

- а) данное комплексное число без учета знака
- б) расстояние от начала координат до точки, в виде которой отображается комплексное число
- в) расстояние от осей координат до точки, в виде которой отображается комплексное число
- г) сумма вещественной и мнимой части

**14. На комплексной плоскости числу  $i$  соответствует точка с координатами:**

- а)  $(0;0)$
- б)  $(1;1)$
- в)  $(1;0)$
- г)  $(0;1)$

**15. Модуль комплексного числа  $z = 4 + 3i$  равен:**

- а) 25
- б) 1
- в) 7
- г) 5

**16. Вычислить:  $(3-i) + (-1+2i)$**

- а)  $2+i$

б)  $4+3i$

в)  $2+3i$

г)  $-3-2i$

**17. Вычислить:  $(4-2i) - (-3+2i)$**

а)  $1-4i$

б)  $7-4i$

в)  $1$

г)  $7$

**18. Вычислить:  $(4-2i) \times i$**

а)  $2i$

б)  $6i$

в)  $2+4i$

г)  $4i-2$

**19. Вычислить:  $1/i$**

а)  $1$

б)  $-1$

в)  $i$

г)  $-i$

**20. Вычислить:  $1 / (1-i)$**

а)  $1/2+1/2i$

б)  $1/2-1/2i$

в)  $1+i$

г)  $-1+i$

**Часть II. Выберите верные утверждения.**

1. Число  $-2$  является комплексным.

2. Число, квадрат которого равен  $-4$ , является действительным.

3.  $0$  – комплексное число.

4.  $0$  – мнимое число.

5. Число  $2i$  является чисто мнимым.

6. Если  $a + bi$  является действительным, то  $b = 0$ .

7. Действительная и мнимая части комплексного числа  $3-2i$  соответственно равны  $3$  и  $2$ .

8. Действительная и мнимая части сопряженных чисел отличаются только знаками.

9. Мнимые части сопряженных чисел отличаются только знаками.

10. Сопряженным для действительного числа является само это число.

11. Два комплексных числа равны, если равны их аргументы.

12. Два комплексных числа равны, если равны их модули.

13. Два комплексных числа равны, если равны их действительные и мнимые части.

14. Множество всех комплексных чисел, у которых равны модули, есть окружность.

15. Множество всех комплексных чисел, у которых равны аргументы, есть числовой луч, выходящий из начала координат и наклонённый под углом  $\alpha$  к положительному направлению оси абсцисс.

16. У сопряженных комплексных чисел модули равны.

**4) Выполнить практические задания.**

**Отметить на плоскости точки, изображающие следующие комплексные числа:**

$$-\frac{i}{2}; 1; -1 + i; .$$

**Найти  $z_1 + z_2; z_1 - z_2; z_1 \cdot z_2; \frac{z_1}{z_2}$ , если**

$$z_1 = -2i - 6, z_2 = 7 + 3i.$$

**Найти число, сопряженное данному:**



$$(1+i)^2; (1+i)^3 - (1-i)^3; \frac{1+i}{i};$$

**Представить число в алгебраической форме:**

$$\left(\frac{i+1}{1-i}\right)^{100} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right); \text{ б) } \frac{(-1+i)^5}{(-i-1)^3} + 2i - 7.$$

**Найти модуль и аргумент комплексного числа:**

$$\sqrt{2}; -1-i; -1+i; 1+i; 1-i.$$

**Заданы ли следующие комплексные числа в тригонометрической форме:**

$$\sqrt{2} \left( \cos \left( -\frac{\pi}{5} \right) + i \sin \left( -\frac{\pi}{5} \right) \right);$$

$$5 \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right);$$

$$\sin \frac{3\pi}{4} + i \cos \frac{3\pi}{4}.$$

**Представить числа в тригонометрической форме:**

$$-3\sqrt{3} + 3i; -5\sqrt{3} - 5i; \sqrt{3} + i; 2\sqrt{3} - 2i;$$

$$-3 + 4i; 2 - \sqrt{3}i; -8 - 6i;$$

$$1 + \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}.$$

**Представить число в алгебраической форме:**

$$\frac{2+3i}{i}; (1+i)^9; \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right);$$

**Выполнить действия:**

$$\frac{3+i}{3-i} + \frac{3-i}{3+i};$$

$$(-1+i)^4 (1-i\sqrt{3})^6;$$

**Вычислить, используя тригонометрическую форму комплексного числа:**

$$\frac{(1+i)^5}{1-i}; (1+i\sqrt{3})(1+i) \left( \cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12} \right);$$

**Рекомендуемая литература:**

Основная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Сборник задач по высшей математике для экономистов/под ред. В.И. Ермакова.- М.: ИНФРА-М, 2002

**Раздел 1. Введение в высшую математику**

**Тема 1.4. Итоговое занятие «Введение в высшую математику»**

**Цель:** оценить уровень сформированности знаний, умений и навыков студентов по данному разделу.

**Задачи:**

- оценить уровень понимания студентами основных понятий и законов линейной алгебры и аналитической геометрии.
- оценить умение студентов использовать рассматриваемые методы при решении

типовых задач;

- оценить сформировать у студентов навыков использования рассматриваемых в данной теме методов решения типовых задач для решения ситуационных или практических задач

<b>Студент должен знать</b>	Основные понятия, термины, законы линейной алгебры и аналитической геометрии.
<b>Студент должен уметь</b>	Решать типовые задачи и задачи прикладного характера
<b>Студент должен владеть</b>	Методами и приемами решения типовых задач по данной теме. Навыками работы со справочной и инструктивной литературой.

### Самостоятельная аудиторная работа студентов

#### Практическая подготовка

Выполнить задания проверочной работы № 1 (по индивидуальному варианту).

Пример билета проверочной работы:

1. Решить СЛУ методом Гаусса (Крамера, матричным) 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -3 \\ -2x_1 + 6x_2 + 9x_3 = -11 \\ -4x_1 - 3x_2 + 8x_3 = -2 \end{cases}$$
2. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A (-3;-2), B(5;-4), C(1;6) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.
3. Построить кривые по заданному уравнению:  $(x^2/9)+(y^2/25)=1$

### Самостоятельная внеаудиторная работа студентов

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Проверить свои знания с использованием тестового контроля.

Провести тренировочное тестирование в системе Indigo.

3) Подготовиться к выполнению проверочной работы.

#### **Рекомендуемая литература:**

##### Основная литература

- И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

##### Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Сборник задач по высшей математике для экономистов/под ред. В.И. Ермакова.- М.: ИНФРА-М, 2002

## **Раздел 2. Элементы дифференцирования**

### **Тема 2.1. Свойства функций. Предел и непрерывность функции**

**Цель изучения раздела:** способствовать формированию системы теоретических знаний по способам задания и основным свойствам однофакторных функциональных зависимостей.

#### **Задачи:**

- Сформировать представление о методах исследования однофакторных функциональных зависимостей;
- Изучить основные свойства функций одной переменной;
- Обучить студентов методам исследования функциональных зависимостей,

**Обучающийся должен знать:** основные виды элементарных функций и их свойства, методы исследования функций одной переменной.

**Обучающийся должен уметь:** использовать различные способы задания функций, применять

различные методы для анализа функциональной зависимости;

**Обучающийся должен владеть:** навыками быстрого выявления свойства и построения графиков основных элементарных функций, выбора методов для анализа функциональной зависимости и прогнозирования значения зависимой переменной.

### Самостоятельная аудиторная работа студентов

#### 1. Ответить на вопросы по теме занятия

1. Как определяется предел функции?
2. Основные свойства пределов.
3. Замечательные пределы.
4. Эквивалентные величины.
5. Что такое производная функции?
6. Основные правила дифференцирования.
7. Производная сложной функции.
8. Что такое дифференциал функции?
9. Свойства дифференциала.
10. В чем заключается физический смысл производной функции?
11. В чем заключается геометрический смысл производной функции?
12. Где применяется геометрический смысл дифференциала функции?

#### 2. Практическая подготовка

2.1. Выполнение практических заданий (решение задач) под руководством преподавателя:

1. 
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{6x^3 - 12x^2 + 2x - 4}{x^3 - 8}$$

2. 
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x-2} - 1}$$

3. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x)^2}{x^2}$$

4. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x-2} \right)^{5x}$$

2.2. Самостоятельная групповая работа с контролем (проверкой) выполнения задания

1. 
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^3 + 16}{x^3 + 2x^2 + 4x + 8}$$

2. 
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{1 - \sqrt{3-x}}$$

3. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7 \operatorname{tg} x}{2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1+x}{3+x} \right)^{4x}$$

2.3. Индивидуальная самостоятельная работа (отработка практических навыков)

1. 
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 3x^2 + x - 1}{7x^3 - 7x^2 + 3x - 3}$$

2. 
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1 + \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x} - 1}$$

3. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x + \sin 3x}{2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x - 5}{3x + 3} \right)^{7x}$$

### Самостоятельная внеаудиторная работа обучающихся по теме:

Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

6. Функцией двух переменных  $z = f(x, y)$  называется:
  - 1) Множество значений переменной величины  $z$ , вычисленных при подстановке значений переменных  $x$  и  $y$  в соответствующую формулу.
  - 2) Соответствие, по которому для любой пары  $(x, y)$  можно вычислить единственное значение  $z$ .
  - 3) Соответствие, по которому для любого определенного значения переменной величины  $z$  можно вычислить единственное значение пары  $(x, y)$ .
7. Областью определения функции  $z = f(x, y)$  называется:
  - 1) Совокупность всех точек, в которых функция имеет определенное действительное значение.
  - 2) Совокупность значений.
8. Линией уровня функции  $z = f(x, y)$  называется:
  - 1) Множество точек  $(x, y)$ , в которых функция принимает одно и тоже значение.
  - 2) Множество точек  $(x, y)$ , в которых функция принимает разные значения.
9. Частной производной функции нескольких переменных по переменной называют:
  - 1) Результат дифференцирования по одной из переменных.
  - 2) Результат дифференцирования по этой переменной, при котором все остальные переменные считаются постоянными.
10. Полный дифференциал функции двух переменных – это:
  - 1) Главная часть полного приращения функции, линейная относительно приращений  $\Delta x, \Delta y$ .
  - 2) Приращение аргумента
  - 3) Полное приращение функции.
11. Частная производная функции  $z = \cos(x + y^2)$  по переменной  $x$  равна:
  - 1)  $-\sin(x + y^2)$
  - 2)  $-\sin(x + y^2)(1 + y^2)$
  - 3)  $\sin(x + y^2)$
12. Частная производная функции  $z = \ln(x^3 - y^3)$  по переменной  $y$  равна:
  - 1)  $\frac{1}{x^3 - y^3}(x^3 - 3y^2)$
  - 2)  $\frac{-3y^2}{x^3 - y^3}$
  - 3)  $\frac{1}{x^3 - y^3}$
13. Точка  $(x_0, y_0)$  – точка максимума функции, если:
  - 1) Значение  $f(x_0, y_0)$  меньше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
  - 2) Значение  $f(x_0, y_0)$  больше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
14. Точка  $(x, y)$  – точка минимума функции, если:
  - 1) Значение  $f(x_0, y_0)$  меньше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .

- 2) Значение  $f(x_0, y_0)$  больше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
15. Исследовать функцию  $z = 2x - 4y - x^2 - y^2$  на экстремум:
- 1) Имеет локальный минимум в точке (1, -2)
  - 2) Имеет локальный максимум в точке (1, -2)
  - 3) Не имеет экстремума
16. Исследовать функцию  $z = x^2 - y^2 - 5x + 6$  на экстремум:
- 1) Имеет локальный минимум в точке (2,5; 0)
  - 2) Имеет локальный максимум в точке (2,5; 0)
  - 3) Не имеет экстремума
17. Исследовать функцию  $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$  на экстремум:
- 1) Имеет локальный минимум в точке (2, -2)
  - 2) Имеет локальный максимум в точке (2, -2)
  - 3) Не имеет экстремума

### 3) Выполнить практические задания

1. 
$$\lim_{x \rightarrow 2} \left[ \frac{3x^2 + x}{(x-2) \cdot (x^2 + x + 1)} - \frac{2}{x-2} \right]$$

2. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 4x^2 + 2}{0,5x - 3x^3}$$

3. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{7x^2}$$

4. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+1}{3x-2} \right)^{5x}$$

### **Рекомендуемая литература:**

#### Основная литература

- И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

#### Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Сборник задач по высшей математике для экономистов/под ред. В.И. Ермакова.- М.: ИНФРА-М, 2002

## **Раздел 2. Элементы дифференцирования**

### **Тема 2.2. Производная. Дифференциал.**

**Цель изучения раздела:** способствовать формированию системы теоретических знаний по способам задания и основным свойствам однофакторных функциональных зависимостей.

#### **Задачи:**

- Сформировать представление о методах исследования однофакторных функциональных зависимостей;
  - Изучить основные свойства функций одной переменной;
  - Обучить студентов методам исследования функциональных зависимостей;

**Обучающийся должен знать:** основные виды элементарных функций и их свойства, методы исследования функций одной переменной.

**Обучающийся должен уметь:** использовать различные способы задания функций, применять различные методы для анализа функциональной зависимости;

**Обучающийся должен владеть:** навыками быстрого выявления свойства и построения графиков

основных элементарных функций, выбора методов для анализа функциональной зависимости и прогнозирования значения зависимой переменной.

### Самостоятельная аудиторная работа студентов

#### 1. Ответить на вопросы по теме занятия

2. Что такое производная функции?
3. Основные правила дифференцирования.
4. Производная сложной функции.
5. Что такое дифференциал функции?
6. Свойства дифференциала.
7. В чем заключается физический смысл производной функции?
8. В чем заключается геометрический смысл производной функции?
9. Где применяется геометрический смысл дифференциала функции?

#### 2. Практическая подготовка

2.1. Выполнение практических заданий (решение задач) под руководством преподавателя:

Задание 1. Найти производные функций:

1)  $y = \frac{e^x}{e^x - 2}$ .      2)  $y = \cos \sqrt{\sin x}$ .      3)  $y = x^2 \ln x$ .

4)  $y = \arccos \frac{1}{x^3}$ .      5)  $y = \frac{e^x + 1}{e^x - e^{-x}}$ .

2.2. Самостоятельная групповая работа с контролем (проверкой) выполнения задания

Задание 1. Найти производные функций:

1)  $y = x^2 \ln(x + 4)$ .    2)  $y = \arcsin \frac{1}{x^3}$ .    3)  $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ .    4)  $y = \cos \sqrt[3]{x}$ .

5)  $y = x^3 \ln(x^2 + 4x)$     6)  $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x^3}$

2.3. Индивидуальная самостоятельная работа (отработка практических навыков)

Задание 1. Найти производные функций:

1.  $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - 1}$

2.  $y = \sin \sqrt[3]{x}$ .

3.  $y = x^3 \cos(x^2 + 1)$ .

4.  $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$ .

**Самостоятельная внеаудиторная работа обучающихся по теме:**

Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля:

1. Алгоритм исследования функциональных зависимостей.
2. Что такое интервалы знакопостоянства функции?
3. Зависимость интервалов знакопостоянства функции, и ее графика.
4. Что такое асимптоты графика функции?
5. Виды асимптот графика функции и способы их нахождения.
6. Экстремумы функции и способы их нахождения.
7. Интервалы выпуклости и точки перегиба графика функции.
8. Что такое функция нескольких переменных (ФНП)?
9. Область определения ФНП.
10. Что является графиком ФНП?

11. Область определения и множество значений функции 2-х переменных. Что является графиком функции 2-х переменных?
12. Что такое частная производная функции нескольких переменных?
13. Что такое частный дифференциал функции?
14. Что такое полный дифференциал функции?
15. Область применения полного дифференциала.
16. Понятие стационарной точки.
17. Необходимое и достаточное условия экстремума.
18. Методы дополнительного исследования функции, когда стационарный определитель равен нулю.
19. Понятие условного экстремума.

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

Функция одной переменной

1. Установите соответствие между уравнением, задающим линию, и видом линии.

Уравнение	линия
1) $x^2 + y^2 - 5 = 0$	А) Прямая
2) $y = x^2 - 3x + 5$	Б) Парабола
3) $3 - y - 2x = 0$	В) Гипербола
4) $y = \frac{3}{x} - 4$	Г) Окружность

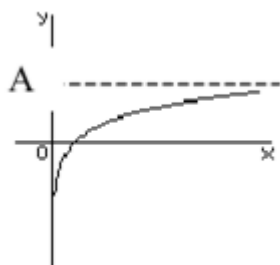
2. График функции  $y = 2 \cdot 3^x - 4$  получается из графика функции  $y = 3^x$  с помощью следующих преобразований:

- 1) сдвиг на 4 единицы вверх и растяжение в 2 раза вдоль  $OY$ ;
- 2) сдвиг на 4 единицы вниз и растяжение в 2 раза вдоль  $OY$ ;
- 3) сдвиг на 4 единицы вниз и растяжение в 2 раза вдоль  $OX$ ;
- 4) сдвиг на 4 единицы вверх и растяжение в  $1/2$  раза вдоль  $OY$ .

3. Областью определения функции  $y = \frac{\sqrt{2x-4}}{x^2-4}$  является промежуток

- a.  $(2; +\infty)$
- b.  $[2; +\infty)$
- c.  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
- d.  $(-2; 2)$

4. Укажите ВСЕ утверждения, справедливые для функции, график которой изображен на рисунке:



- a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$ ;
- б)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$ ;
- в)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ;
- г)  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = -\infty$ ;
- д)  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = A$ ;
- е)  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = 0$ .

5. Первая производная функции показывает

- a. Скорость изменения функции
- b. Направление функции
- c. Приращение функции
- d. Приращение независимой переменной.

Функция нескольких переменных

18. Функцией двух переменных  $z = f(x, y)$  называется:
- 1) Множество значений переменной величины  $z$ , вычисленных при подстановке значений переменных  $x$  и  $y$  в соответствующую формулу.
  - 2) Соответствие, по которому для любой пары  $(x, y)$  можно вычислить единственное значение  $z$ .
  - 3) Соответствие, по которому для любого определенного значения переменной величины  $z$  можно вычислить единственное значение пары  $(x, y)$ .
19. Областью определения функции  $z = f(x, y)$  называется:
- 1) Совокупность всех точек, в которых функция имеет определенное действительное значение.
  - 2) Совокупность значений.
20. Линией уровня функции  $z = f(x, y)$  называется:
- 1) Множество точек  $(x, y)$ , в которых функция принимает одно и тоже значение.
  - 2) Множество точек  $(x, y)$ , в которых функция принимает разные значения.
21. Частной производной функции нескольких переменных по переменной называют:
- 1) Результат дифференцирования по одной из переменных.
  - 2) Результат дифференцирования по этой переменной, при котором все остальные переменные считаются постоянными.
22. Полный дифференциал функции двух переменных – это:
- 1) Главная часть полного приращения функции, линейная относительно приращений  $\Delta x, \Delta y$ .
  - 2) Приращение аргумента
  - 3) Полное приращение функции.
23. Частная производная функции  $z = \cos(x + y^2)$  по переменной  $x$  равна:
- 1)  $-\sin(x + y^2)$
  - 2)  $-\sin(x + y^2)(1 + y^2)$
  - 3)  $\sin(x + y^2)$
24. Частная производная функции  $z = \ln(x^3 - y^3)$  по переменной  $y$  равна:
- 1)  $\frac{1}{x^3 - y^3}(x^3 - 3y^2)$
  - 2)  $\frac{-3y^2}{x^3 - y^3}$
  - 3)  $\frac{1}{x^3 - y^3}$
25. Точка  $(x_0, y_0)$  – точка максимума функции, если:
- 1) Значение  $f(x_0, y_0)$  меньше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
  - 2) Значение  $f(x_0, y_0)$  больше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
26. Точка  $(x, y)$  – точка минимума функции, если:
- 1) Значение  $f(x_0, y_0)$  меньше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
  - 2) Значение  $f(x_0, y_0)$  больше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
27. Исследовать функцию  $z = 2x - 4y - x^2 - y^2$  на экстремум:
- 1) Имеет локальный минимум в точке  $(1, -2)$
  - 2) Имеет локальный максимум в точке  $(1, -2)$
  - 3) Не имеет экстремума
28. Исследовать функцию  $z = x^2 - y^2 - 5x + 6$  на экстремум:



- 1) Имеет локальный минимум в точке (2,5; 0)
  - 2) Имеет локальный максимум в точке (2,5; 0)
  - 3) Не имеет экстремума
29. Исследовать функцию  $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$  на экстремум:
- 1) Имеет локальный минимум в точке (2, -2)
  - 2) Имеет локальный максимум в точке (2, -2)
  - 3) Не имеет экстремума

#### 4) Выполнить практические задания

Задание 1. Найти производные функций

$$y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + 1}.$$

$$y = \ln(\cos x).$$

$$y = x^2 \sin x^2.$$

$$y = \arccos \sqrt{x}.$$

$$y = x^2 e^{2-x}.$$

Задание 2. Найти частные производные первого порядка функций двух переменных:  $z = \frac{\sqrt{xy}}{x+y}$

1.  $z = x^2 y^2 - 3xy$

2.  $z = x e^y$

#### Рекомендуемая литература:

##### Основная литература

• И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

##### Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Сборник задач по высшей математике для экономистов/под ред. В.И. Ермакова.- М.: ИНФРА-М, 2002

## Раздел 2. Элементы дифференцирования

### Тема 2.3. Исследование функций

**Цель изучения раздела:** способствовать формированию системы теоретических знаний по способам задания и основным свойствам однофакторных функциональных зависимостей.

#### Задачи:

- Сформировать представление о методах исследования однофакторных функциональных зависимостей;
  - Изучить основные свойства функций одной переменной;
  - Обучить студентов методам исследования функциональных зависимостей,

**Обучающийся должен знать:** основные виды элементарных функций и их свойства, методы исследования функций одной переменной.

**Обучающийся должен уметь:** использовать различные способы задания функций, применять различные методы для анализа функциональной зависимости;

**Обучающийся должен владеть:** навыками быстрого выявления свойства и построения графиков основных элементарных функций, выбора методов для анализа функциональной зависимости и прогнозирования значения зависимой переменной.

#### Самостоятельная аудиторная работа студентов

##### 1. Ответить на вопросы по теме занятия

1. Что такое производная функции?
2. В чем заключается физический смысл производной функции?
3. В чем заключается геометрический смысл производной функции?
4. В чем заключается физический смысл второй производной функции?
5. В чем заключается геометрический смысл второй производной функции?
6. Где применяется геометрический смысл дифференциала функции?

## **2. Практическая подготовка**

### **2.1. Выполнение практических заданий (решение задач) под руководством преподавателя:**

Задание 1. Исследовать функцию  $y = f(x)$  и построить схематически её график:

$$y = 2x^2 - \frac{1}{x}$$

Задание 2. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке:

1).  $y = \sin \frac{x}{2}$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .    2)  $y = \frac{1}{x^2}$  на отрезке  $[1; 3]$ .

### **2.2. Самостоятельная групповая работа с контролем (проверкой) выполнения задания**

Задание 1. Исследовать функцию  $y = f(x)$  и построить схематически её график:

$$y = x^3 - 3x^2$$

Задание 2. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке:

$$y = \frac{1}{x^2 - 1}$$
 на отрезке  $[2; 5]$ .

### **2.3. Индивидуальная самостоятельная работа (отработка практических навыков)**

Задание 1. Исследовать функцию  $y = f(x)$  и построить схематически её график:

1.  $y = 3x^2 - 2x^3$

2.  $y = x^3 - 2x^2 + x$

Задание 2. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке:

$$y = \frac{1}{x^2 + 1}$$
 на отрезке  $[-1; 1]$ .

## **Самостоятельная внеаудиторная работа обучающихся по теме:**

Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля:

1. Алгоритм исследования функциональных зависимостей.
2. Что такое интервалы знакопостоянства функции?
3. Зависимость интервалов знакопостоянства функции, и ее графика.
4. Что такое асимптоты графика функции?
5. Виды асимптот графика функции и способы их нахождения.
6. Экстремумы функции и способы их нахождения.
7. Интервалы выпуклости и точки перегиба графика функции.

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

### **Функция одной переменной**

1. Установите соответствие между уравнением, задающим линию, и видом линии.

Уравнение	линия
1) $x^2 + y^2 - 5 = 0$	А) Прямая
2) $y = x^2 - 3x + 5$	Б) Парабола
3) $3 - y - 2x = 0$	В) Гипербола

$$4) y = \frac{3}{x} - 4$$

Г) Окружность

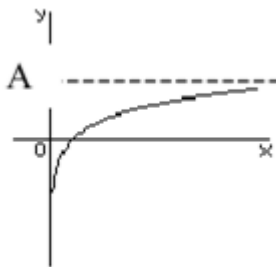
2. График функции  $y = 2 \cdot 3^x - 4$  получается из графика функции  $y = 3^x$  с помощью следующих преобразований:

- 1) сдвиг на 4 единицы вверх и растяжение в 2 раза вдоль  $OY$ ;
- 2) сдвиг на 4 единицы вниз и растяжение в 2 раза вдоль  $OY$ ;
- 3) сдвиг на 4 единицы вниз и растяжение в 2 раза вдоль  $OX$ ;
- 4) сдвиг на 4 единицы вверх и растяжение в  $1/2$  раза вдоль  $OY$ .

3. Областью определения функции  $y = \frac{\sqrt{2x-4}}{x^2-4}$  является промежуток

- e.  $(2; +\infty)$
- f.  $[2; +\infty)$
- g.  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
- h.  $(-2; 2)$

4. Укажите ВСЕ утверждения, справедливые для функции, график которой изображен на рисунке:



- a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$ ;
- б)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$ ;
- в)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ;
- г)  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = -\infty$ ;
- д)  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = A$ ;
- е)  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = 0$ .

5. Первая производная функции показывает
  - c. Скорость изменения функции
  - d. Направление функции
  - e. Приращение функции
  - f. Приращение независимой переменной.

#### Функция нескольких переменных

6. Функцией двух переменных  $z = f(x, y)$  называется:

1. Множество значений переменной величины  $z$ , вычисленных при подстановке значений переменных  $x$  и  $y$  в соответствующую формулу.
2. Соответствие, по которому для любой пары  $(x, y)$  можно вычислить единственное значение  $z$ .
3. Соответствие, по которому для любого определенного значения переменной величины  $z$  можно вычислить единственное значение пары  $(x, y)$ .

7. Областью определения функции  $z = f(x, y)$  называется:

1. Совокупность всех точек, в которых функция имеет определенное действительное значение.
2. Совокупность значений.

8. Линией уровня функции  $z = f(x, y)$  называется:

1. Множество точек  $(x, y)$ , в которых функция принимает одно и то же значение.
2. Множество точек  $(x, y)$ , в которых функция принимает разные значения.

9. Частной производной функции нескольких переменных по переменной называют:

1. Результат дифференцирования по одной из переменных.
2. Результат дифференцирования по этой переменной, при котором все остальные переменные считаются постоянными.

10. Полный дифференциал функции двух переменных – это:

1. Главная часть полного приращения функции, линейная относительно приращений  $\Delta x, \Delta y$ .
2. Приращение аргумента

3. Полное приращение функции.

11. Частная производная функции  $z = \cos(x + y^2)$  по переменной  $x$  равна:

1.  $-\sin(x + y^2)$
2.  $-\sin(x + y^2)(1 + y^2)$
3.  $\sin(x + y^2)$

12. Частная производная функции  $z = \ln(x^3 - y^3)$  по переменной  $y$  равна:

1.  $\frac{1}{x^3 - y^3}(x^3 - 3y^2)$
2.  $\frac{-3y^2}{x^3 - y^3}$
3.  $\frac{1}{x^3 - y^3}$

13. Точка  $(x_0, y_0)$  – точка максимума функции, если:

1. Значение  $f(x_0, y_0)$  меньше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
2. Значение  $f(x_0, y_0)$  больше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .

14. Точка  $(x, y)$  – точка минимума функции, если:

1. Значение  $f(x_0, y_0)$  меньше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
2. Значение  $f(x_0, y_0)$  больше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .

15. Исследовать функцию  $z = 2x - 4y - x^2 - y^2$  на экстремум:

1. Имеет локальный минимум в точке  $(1, -2)$
2. Имеет локальный максимум в точке  $(1, -2)$
3. Не имеет экстремума

16. Исследовать функцию  $z = x^2 - y^2 - 5x + 6$  на экстремум:

1. Имеет локальный минимум в точке  $(2, 5; 0)$
2. Имеет локальный максимум в точке  $(2, 5; 0)$
3. Не имеет экстремума

17. Исследовать функцию  $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$  на экстремум:

1. Имеет локальный минимум в точке  $(2, -2)$
2. Имеет локальный максимум в точке  $(2, -2)$
3. Не имеет экстремума

#### 4) Выполнить практические задания

Задание 1. Исследовать функцию  $y = f(x)$  и построить схематически её график:

а)  $y = (x - 2)^2(x + 3)$  б)  $y = (x - 1)^2(x + 2)^2$

Задание 2. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке:

$y = \frac{x}{x^2 + 1}$  на отрезке  $[-2; 2]$ .

$y = x^2 + \frac{1}{x}$  на отрезке  $\left[\frac{1}{2}; 2\frac{1}{2}\right]$ .

#### Рекомендуемая литература:

##### Основная литература

- И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

##### Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Сборник задач по высшей математике для экономистов/под ред.

## Раздел 2. Элементы дифференцирования

### Тема 2.4. Функция нескольких переменных. Полный дифференциал

**Цель изучения раздела:** способствовать формированию системы теоретических знаний по задания и основным свойствам многофакторных функциональных зависимостей

#### Задачи:

- Рассмотреть понятие функций нескольких переменных и основных задач, связанных с их изучением,
- Изучить методы построения графиков функций двух переменных, вычислению частных производных и поиску экстремумов функций нескольких переменных,
- Обучить студентов выбору методов для поиска условного экстремума функций нескольких переменных.

**Обучающийся должен знать:** Сформировать представление о методах исследования однофакторных функциональных зависимостей

**Обучающийся должен уметь:** применять различные методы для исследования функций нескольких переменных.

**Обучающийся должен владеть:** навыками выбора методов для исследования функций нескольких переменных и практического приложения полученных результатов.

### Самостоятельная аудиторная работа студентов

#### 1. Ответить на вопросы по теме занятия

- Что называется функцией нескольких аргументов?
- Что такое производная функции?
- Основные правила дифференцирования функций нескольких переменных.
- Что такое дифференциал функции?
- Как определяется полный дифференциал?
- Свойства дифференциала.
- В чем заключается физический смысл производной функции?
- В чем заключается геометрический смысл производной функции?
- Где применяется геометрический смысл дифференциала функции?
- Где применяется полный дифференциал?

#### 2. Практическая подготовка

##### 2.1. Выполнение практических заданий (решение задач) под руководством преподавателя:

Задание 1. Найти частные производные первого порядка функций двух переменных:  $z = \frac{\sqrt{xy}}{x+y}$

Задание 2. Исследовать функцию  $z = f(x; y)$  на экстремумы:  $z = x^3 + y - 3xy$

##### 2.3. Индивидуальная самостоятельная работа (отработка практических навыков)

Задание 1. Найти частные производные первого порядка функций двух переменных:

$$z = x^2 y^2 - 3xy$$

Задание 2. Исследовать функцию  $z = f(x; y)$  на экстремумы:  $z = x^2 + xy + y^2 - x - 2y$

### Самостоятельная внеаудиторная работа обучающихся по теме:

Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля:

1. Что такое функция нескольких переменных (ФНП)?
2. Область определения ФНП.

3. Что является графиком ФНП?
4. Область определения и множество значений функции 2-х переменных. Что является графиком функции 2-х переменных?
5. Что такое частная производная функции нескольких переменных?
6. Что такое частный дифференциал функции?
7. Что такое полный дифференциал функции?
8. Область применения полного дифференциала.
9. Понятие стационарной точки.
10. Необходимое и достаточное условия экстремума.
11. Методы дополнительного исследования функции, когда стационарный определитель равен нулю.
12. Понятие условного экстремума.

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

1. **Функцией двух переменных  $z = f(x, y)$  называется:**
  - 1) Множество значений переменной величины  $z$ , вычисленных при подстановке значений переменных  $x$  и  $y$  в соответствующую формулу.
  - 2) Соответствие, по которому для любой пары  $(x, y)$  можно вычислить единственное значение  $z$ .
  - 3) Соответствие, по которому для любого определенного значения переменной величины  $z$  можно вычислить единственное значение пары  $(x, y)$ .
2. **Областью определения функции  $z = f(x, y)$  называется:**
  - 1) Совокупность всех точек на плоскости, в которых функция имеет определенное действительное значение.
  - 2) Совокупность значений переменной величины  $z$ .
3. **Линией уровня функции  $z = f(x, y)$  называется:**
  - 1) Множество точек  $(x, y)$ , в которых функция принимает одно и то же значение.
  - 2) Множество точек  $(x, y)$ , в которых функция принимает разные значения.
4. **Графиком функции  $z = f(x, y)$  является:**
  - 1) Множество точек с координатами  $(x, y)$ , в которых функция принимает своё значение.
  - 2) Поверхность, проходящая через точки с координатами  $z$ .
  - 3) Множество точек с координатами  $(x, y, z)$ , связанных данным функциональным соответствием.
5. **Частной производной функции нескольких переменных по переменной называют:**
  - 1) Результат дифференцирования по одной из переменных.
  - 2) Результат дифференцирования по этой переменной, при котором все остальные переменные считаются постоянными.
6. **Полный дифференциал функции двух переменных – это:**
  - 1) Главная часть полного приращения функции, линейная относительно приращений  $\Delta x, \Delta y$ .
  - 2) Приращение аргумента
  - 3) Полное приращение функции.
7. **Полный дифференциал функции двух переменных – это:**
  - 1) Сумма дифференциалов переменных  $x$  и  $y$ .
  - 2) Сумма приращений аргументов
  - 3) Сумма частных дифференциалов.
8. **Частная производная функции  $z = \cos(x + y^2)$  по переменной  $x$  равна:**
  - 1)  $-\sin(x + y^2)$
  - 2)  $-\sin(x + y^2)(1 + y^2)$
  - 3)  $\sin(x + y^2)$
9. **Частная производная функции  $z = \ln(x^3 - y^3)$  по переменной  $y$  равна:**

$$1) \frac{1}{x^3 - y^3} (x^3 - 3y^2)$$

$$2) \frac{-3y^2}{x^3 - y^3}$$

$$3) \frac{1}{x^3 - y^3}$$

**10. Точка  $(x_0, y_0)$  – точка максимума функции, если:**

- 1) Значение  $f(x_0, y_0)$  меньше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
- 2) Значение  $f(x_0, y_0)$  больше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .

**11. Точка  $(x, y)$  – точка минимума функции, если:**

- 1) Значение  $f(x_0, y_0)$  меньше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .
- 2) Значение  $f(x_0, y_0)$  больше значений  $f(x, y)$ , принимаемых в некоторой окрестности  $(x_0, y_0)$ .

**12. Применение полного дифференциала для вычисления погрешностей основывается на том, что**

- 1) Дифференциал функции равен приращению функции
- 2) Дифференциал функции можно считать равным приращению функции при малых приращениях аргументов
- 3) Дифференциал функции равен приращению функции, а дифференциалы аргументов равны приращениям аргументов.

**13. Исследовать функцию  $z = 2x - 4y - x^2 - y^2$  на экстремум:**

- 1) Имеет локальный минимум в точке  $(1, -2)$
- 2) Имеет локальный максимум в точке  $(1, -2)$
- 3) Не имеет экстремума

**14. Исследовать функцию  $z = x^2 - y^2 - 5x + 6$  на экстремум:**

- 1) Имеет локальный минимум в точке  $(2, 5; 0)$
- 2) Имеет локальный максимум в точке  $(2, 5; 0)$
- 3) Не имеет экстремума

**15. Исследовать функцию  $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$  на экстремум:**

- 1) Имеет локальный минимум в точке  $(2, -2)$
- 2) Имеет локальный максимум в точке  $(2, -2)$
- 3) Не имеет экстремума

4) Выполнить практические задания

Задание 1. Найти частные производные первого порядка функций двух переменных:  $z = xe^y$

Задание 2. Исследовать функцию  $z = f(x, y)$  на экстремумы:  $z = x^3 + y^3 - 3xy$

**Рекомендуемая литература:**

Основная литература

- И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Сборник задач по высшей математике для экономистов/под ред. В.И. Ермакова.- М.: ИНФРА-М, 2002

**Раздел 2. Элементы дифференцирования**

## Тема 2.5. Итоговое занятие «Элементы дифференцирования»

**Цель:** оценить уровень сформированности знаний, умений и навыков студентов по данному разделу.

**Задачи:**

- оценить уровень понимания студентами основных понятий и законов линейной алгебры и аналитической геометрии.
- оценить умение студентов использовать рассматриваемые методы при решении типовых задач;
- оценить сформировать у студентов навыков использования рассматриваемых в данной теме методов решения типовых задач для решения ситуационных или практических задач

**Студент должен знать** Основные понятия, термины, законы линейной алгебры и аналитической геометрии.

**Студент должен уметь** Решать типовые задачи и задачи прикладного характера

**Студент должен владеть** Методами и приемами решения типовых задач по данной теме. Навыками работы со справочной и инструктивной литературой.

### Самостоятельная аудиторная работа студентов

#### Практическая подготовка

Выполнить задания проверочной работы № 2 (по индивидуальному варианту).

Примерный вариант билета.

1. Найти производную функции одного аргумента:	$y = \sqrt{x} \cdot \ln^3 x$	$y = \frac{x^2 + 2}{x^3 - 3x}$
2. Найти полный дифференциал функции двух аргументов: $z = \cos\left(2x^2 y^2 + 2x^4 - 3y^2 + \frac{x}{y^2}\right)$		
3. Решить задачу с использованием полного дифференциала для вычисления погрешности косвенных измерений. Измерить объем пирамиды, если основание пирамиды – квадрат со стороной $a = a_0 \pm \Delta a = (4,0 \pm 0,1) \text{ см}$ , высота пирамиды $h = h_0 \pm \Delta h = (8,5 \pm 0,1) \text{ см}$ .		

### Самостоятельная внеаудиторная работа студентов

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Проверить свои знания с использованием тестового контроля.

4) Провести тренировочное тестирование в системе Indigo.

4) Подготовиться к выполнению проверочной работы. Выполнить практические задания.

1. Найдите производную функции:  $y = e^{x/2} * \cos^2(x / 2)$ .

2. Найдите полный дифференциал функции:  $z = (x + 1) / (x^2 + y^2)$ .

3. Найдите, используя понятие дифференциала функции, абсолютную и относительную погрешности при измерении мощности в цепи переменного тока  $P = IU \cos \varphi$ , если в процессе измерений были получены результаты:

$$I = (1,30 \pm 0,25) \text{ А}, \quad U = (2,50 \pm 0,15) \text{ В}, \quad \varphi = \text{const} = 60^\circ = \frac{\pi}{3}.$$

#### **Рекомендуемая литература:**

##### Основная литература

- И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012



## Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Сборник задач по высшей математике для экономистов/под ред. В.И. Ермакова.- М.: ИНФРА-М, 2002

## **Раздел 3. Элементы интегрирования**

### **Тема 3.1. Первообразная. Неопределенный интеграл.**

**Цель изучения раздела:** способствовать формированию системы теоретических знаний по интегральному исчислению и представлению зависимости резульативной переменной от скорости ее изменения в виде дифференциального уравнения.

#### **Задачи:**

- Сформировать у студентов представление о возможностях и методах применения интегрального исчисления к анализу однофакторных зависимостей,
- Изучить методы интегрирования и решения дифференциальных уравнений,
- Сформировать у студентов навыки по применению методов интегрального исчисления для анализа однофакторных зависимостей.

**Обучающийся должен знать:** сферу применения интегрального исчисления в учебной и профессиональной деятельности и основные методы интегрального исчисления.

**Обучающийся должен уметь:** применять различные методы интегрального исчисления.

**Обучающийся должен владеть:** навыками по выбору методов интегрального исчисления для решения практических задач.

### **Самостоятельная аудиторная работа студентов**

#### **1. Ответить на вопросы по теме занятия**

1. Первообразная и неопределенный интеграл, свойства неопределенного интеграла.
2. Неопределенные интегралы от основных элементарных функции.
3. Замена переменной под знаком интегрирования.
4. Определенный интеграл.
5. Геометрический и физический смысл определенного интеграла.
6. Несобственный интеграл.

## **2. Практическая подготовка**

### **2.1. Выполнение практических заданий (решение задач) под руководством преподавателя**

$\int (3x+2)^2 dx$	$\int \frac{2\cos^2 x + 1}{\cos^2 x} dx$	$\int \frac{1}{\sin^2 3x} dx$	$\int x \sin 2x dx$
$\int \frac{2\sqrt{x} - 3x^2}{x^2} dx$	$\int e^{2x+1} dx$	$\int \sqrt{2x-3} dx$	$\int x^2 \sin 2x dx$

### **2.2. Самостоятельная групповая работа с контролем (проверкой) выполнения задания**

$\int x^2(1+2x)dx$	$\int \frac{\sin 2x}{\sin x} dx$	$\int e^x \sqrt{1+e^x} dx$	$\int xe^x dx$
$\int \frac{4-x}{\sqrt[4]{x^3}} dx$	$\int (e^x + e^{-x}) dx$	$\int \frac{1}{\cos^2 2x} dx$	$\int x^2 e^x dx$

### **2.3. Индивидуальная самостоятельная работа (отработка практических навыков)**

$\int (x+1)(x+2)dx$	$\int \frac{\sin^2 x - 3}{\sin^2 x} dx$	$\int \frac{1}{\sqrt{2x+1}} dx$	$\int x \cos 3x dx$
$\int \frac{x^2 + \sqrt{x^3} + 3}{\sqrt{x}} dx$	$\int e^{2x+3} dx$	$\int \frac{1}{\cos^2(1-2x)} dx$	$\int x^2 \cos 3x dx$

### Самостоятельная внеаудиторная работа обучающихся по теме:

Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля

1. Что такое первообразная и неопределенный интеграл?
2. Какие Вы знаете свойства неопределенного интеграла?
3. В чем смысл замены переменной под знаком неопределенного интеграла?
4. Как связаны между собой неопределенный и определенный интегралы с одинаковой подынтегральной функцией?
5. Геометрический смысл несобственного интеграла.

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

1. Первообразная – это:

1) число; 2) функция; 3) семейство функций; 4) нет верного ответа.

2. Неопределенный интеграл  $\int x^7 e^{-x^8} dx$  равен:

1)  $\frac{1}{7}e^{-x^7} + C$ ; 2)  $\frac{1}{8}e^{-x^8} + C$ ; 3)  $7x^6 e^{-x^8} + C$ ; 4)  $\frac{e^{-x^8}}{x^7} + C$ .

3. Определенный интеграл  $\int_0^1 4^{2x+1} dx$  равен:

1)  $\frac{30}{\ln 4}$ ; 2)  $60 \ln 4$ ; 3)  $30 \ln 4$ ; 4) 30.

4) Выполнить практические задания

$\int (3x+2)^2 dx$	$\int e^{2x+1} dx$	$\int \frac{1}{3} x \cos 3x dx$	$\int \frac{1}{(x+2)(x+3)} dx$
--------------------	--------------------	---------------------------------	--------------------------------

### Рекомендуемая литература:

#### Основная литература

• И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

#### Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Сборник задач по высшей математике для экономистов/под ред. В.И. Ермакова.- М.: ИНФРА-М, 2002

### Раздел 3. Элементы интегрирования

#### Тема 3.2. Определенный интеграл

**Цель изучения раздела:** способствовать формированию системы теоретических знаний по интегральному исчислению и представлению зависимости резульативной переменной от скорости ее изменения в виде дифференциального уравнения.

#### Задачи:

- Сформировать у студентов представление о возможностях и методах применения интегрального исчисления к анализу однофакторных зависимостей,
- Изучить методы интегрирования и решения дифференциальных уравнений,
- Сформировать у студентов навыки по применению методов интегрального исчисления для анализа однофакторных зависимостей.

**Обучающийся должен знать:** сферу применения интегрального исчисления в учебной и профессиональной деятельности и основные методы интегрального исчисления.

**Обучающийся должен уметь:** применять различные методы интегрального исчисления.

**Обучающийся должен владеть:** навыками по выбору методов интегрального исчисления для решения практических задач.

### Самостоятельная аудиторная работа студентов

#### 1. Ответить на вопросы по теме занятия

1. Первообразная, неопределенный и определенный интеграл.
2. Свойства определенного интеграла.
3. Замена переменной под знаком интегрирования.
4. Геометрический и физический смысл определенного интеграла.
5. Несобственный интеграл.

#### 2. Практическая подготовка

##### 2.1. Задачи для решения под руководством преподавателя

Задание 1. Вычислить определённые интегралы:

$$1.1. \int_1^4 \frac{dx}{x^2 + 2x}; \quad 1.2. \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin x \cos 2x dx; \quad 1.3. \int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{3 - \cos^2 x} dx.$$

Задание 2. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}.$$

Задание 3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \frac{1}{x^2}, \quad y = -x, \quad x = -2.$$

Задание 4. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:  $y = 2\sqrt{x}$ ,  $y = 2x$ .

##### 2.2. Задачи для группового решения (с проверкой у доски)

Задание 1. Вычислить определённые интегралы:

$$1.1. \int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 2x + 1}; \quad 1.2. \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \cos 2x dx; \quad 1.3. \int_0^1 \sqrt{4 - \sin^2 x} dx.$$

Задание 2. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}.$$

Задание 3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2 \cos x, \quad y = 3 \cos x, \quad x = -\pi, \quad x = \pi.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = x$ .

##### 2.3. Задачи для индивидуальной работы

Задание 1. Вычислить определённые интегралы:

$$1.1. \int_2^4 \frac{dx}{x^2 - x - 2}; \quad 1.2. \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cos x dx; \quad 1.3. \int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{2 - \cos^2 x} dx.$$

Задание 2. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^3 - x^2}.$$

Задание 3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \operatorname{tg} x, y = 0, x = -\frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{4}.$$

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:  $y = 2\sqrt{x}, y = 2, x = 4$ .

### Самостоятельная внеаудиторная работа студентов

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля и для собеседования:

1. В чем отличие и сходство этих понятий: Первообразная, неопределенный и определенный интеграл.
2. Свойства определенного интеграла.
3. Замена переменной под знаком интегрирования и пределов интегрирования.
4. Геометрический и физический смысл определенного интеграла.
5. Несобственный интеграл. Расходящиеся и сходящиеся интегралы.

3) Выполнить практические задания.

Задание 1. Вычислить определённые интегралы:

$$1.1. \int_1^2 \frac{dx}{x^2 - 7x + 12}; 1.2. \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin x \sin 2x dx; 1.3. \int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{2 - \sin^2 x} dx.$$

Задание 2. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^e x \ln x dx.$$

Задание 3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \sin x, y = 1, x = 0.$$

Задание 4. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:  $y = x^2, y = 2x$ .

### Рекомендуемая литература:

#### Основная литература

• И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

#### Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Сборник задач по высшей математике для экономистов/под ред. В.И. Ермакова.- М.: ИНФРА-М, 2002

## Раздел 4. Дифференциальные уравнения

### Тема 4.1. Дифференциальные уравнения 1-го и 2-го порядка

**Цель:** способствовать формированию системы теоретических знаний по интегральному исчислению и представлению зависимости результативной переменной от скорости ее изменения в виде дифференциального уравнения.

#### **Задачи:**

- Сформировать у студентов представление о возможностях и методах решения дифференциальных уравнений, моделирования функциональных процессов при помощи дифференциальных уравнений
- Изучить методы интегрирования и решения дифференциальных уравнений,
- Сформировать у студентов навыки по применению методов интегрального исчисления для

анализа однофакторных зависимостей.

**Обучающийся должен знать:** сферу применения дифференциальных уравнений в учебной и профессиональной деятельности.

**Обучающийся должен уметь:** применять различные методы решения дифференциальных уравнений.

**Обучающийся должен владеть:** навыками по выбору методов решения дифференциальных уравнений для решения практических задач.

### Самостоятельная аудиторная работа студентов

#### 1. Ответить на вопросы по теме занятия

1. Что называется ДУ?
2. Как различается порядок ДУ?
3. Какие уравнения являются уравнениями 1 порядка с разделяющимися переменными?
4. Что является общим решением ДУ?
5. Как найти частное решение ДУ?
6. Сколько частных решений может иметь ДУ?
7. Алгоритм решения ДУ 1 порядка с разделяющимися переменными.
8. Алгоритм решения ДУ 2 порядка с постоянными коэффициентами.

#### 2. Практическая подготовка

##### 2.1. Выполнение практических заданий (решение задач) под руководством преподавателя

1. Выяснить, является ли решением ДУ указанная функция:  $(x+2)dx - 2dy = 0$ ,  
 $y = \frac{x^2}{4} + x$
2. Найти общее решение ДУ 1-го порядка:  $y' = \sin x + \cos x$ .
3. Найти частное решение ДУ 1-го порядка:  $y' = e^x + 2e^{-x}$ , если  $y = 3$ , при  $x = 1$ .
4. Найти частное решение ДУ 2-го порядка:  $y'' - 5y = 0$

##### 2.2. Самостоятельная групповая работа с контролем (проверкой) выполнения задания

1. Выяснить, является ли решением ДУ указанная функция:  $y'' - 2y' + y = 0$ ,  
 $y = x^2 + x$ .
2. Найти общее решение ДУ 1-го порядка:  $4x - 3y^2 y' = 0$ .
3. Найти частное решение ДУ 1-го порядка:  $3y^2 y' = y^3 + 1$ , если  $y = 2$ , при  $x = 0$ .
4. Найти частное решение ДУ 2-го порядка:  $2y'' - 6y' = 0$

##### 2.3. Индивидуальная самостоятельная работа (отработка практических навыков)

1. Выяснить, является ли решением ДУ указанная функция:  $y' - y = e^x$ ,  
 $y = (x+2)e^x$
2. Найти общее решение ДУ 1-го порядка:  $y' = 5y$ .
3. Найти частное решение ДУ 1-го порядка:  $\sin x dx = -dy$ , если  $y = 1$ , при  $x = \frac{\pi}{3}$
4. Найти частное решение ДУ 2-го порядка:  $2y'' - 6y' + 8y = 0$

#### **Самостоятельная внеаудиторная работа обучающихся по теме:**

Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля:

1. Что называется ДУ? Как различается порядок ДУ?
2. Какие уравнения являются уравнениями 1 порядка с разделяющимися переменными?
3. Какие уравнения являются однородными уравнениями 1 порядка?

4. Какие уравнения являются линейными уравнениями 1 порядка
5. Какие уравнения являются уравнениями Бернулли 1 порядка?
6. Что является общим решением ДУ?
7. Как найти частное решение ДУ?
8. Сколько частных решений может иметь ДУ?
9. Алгоритм решения ДУ 1 порядка с разделяющимися переменными.
10. Алгоритм решения ДУ 2 порядка допускающего понижение порядка.
11. Алгоритм решения ДУ 2 порядка с постоянными коэффициентами.
12. Алгоритм решения гармонического ДУ 2 порядка.

### 3) Выполнить практические задания

1. Выяснить, является ли решением ДУ указанная функция:  $y' - 2x = 1$ ,  $y = x^2 + x$
2. Найти общее решение ДУ 1-го порядка:  $dy + 3ydx = 0$ .
3. Найти частное решение ДУ 1-го порядка:  $y' = \frac{1}{x} + x^2$ , если  $y = 1 + \frac{e^3}{3}$ , при  $x = e$ .

4. Найти частное решение ДУ 2-го порядка:  $y'' + 6y' + 9y = 0$

### **Рекомендуемая литература:**

#### Основная литература

- И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

#### Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Сборник задач по высшей математике для экономистов/под ред. В.И. Ермакова.- М.: ИНФРА-М, 2002

## **Раздел 4. Дифференциальные уравнения**

### **Тема 4.2. Применение диф. уравнений для моделирования процессов.**

**Цель:** способствовать формированию системы теоретических знаний по интегральному исчислению и представлению зависимости результирующей переменной от скорости ее изменения в виде дифференциального уравнения.

#### **Задачи:**

- Сформировать у студентов представление о возможностях и методах решения дифференциальных уравнений, моделирования функциональных процессов при помощи дифференциальных уравнений
- Изучить методы интегрирования и решения дифференциальных уравнений,
- Сформировать у студентов навыки по применению методов интегрального исчисления для анализа однофакторных зависимостей.

**Обучающийся должен знать:** сферу применения дифференциальных уравнений в учебной и профессиональной деятельности.

**Обучающийся должен уметь:** применять различные методы решения дифференциальных уравнений.

**Обучающийся должен владеть:** навыками по выбору методов решения дифференциальных уравнений для решения практических задач.

### **Самостоятельная аудиторная работа студентов**

#### **1. Ответить на вопросы по теме занятия**

1. Что называется ДУ? Как различается порядок ДУ?
2. Что является общим решением ДУ?
3. Как найти частное решение ДУ?
4. Сколько частных решений может иметь ДУ?

5. Как при помощи производной задать градиент? Скорость? Ускорение изменения величины?
6. При каких условиях изменение функции можно заменить ее дифференциалом?

## **2. Практическая подготовка**

### **2.1. Задачи для решения под руководством преподавателя**

Наэлектризованное полированное тело, вследствие несовершенности изоляции постоянно теряет свой заряд. Скорость потери заряда пропорциональна его величине. В начальный момент времени  $q_0 = 100$  Кл, а по истечении  $t = 10$  мин.,  $q_t = 50$  Кл. Определить величину этого заряда через 30 мин.

### **2.2. Задачи для группового решения (с проверкой у доски)**

Если при прохождении через слой воды толщиной 3 м поглощается половина первоначальной интенсивности света, то какая часть этого количества дойдет до глубины 30 м. Количество света, поглощенного при прохождении через тонкий слой воды, пропорционально толщине слоя и количеству света, падающего на его поверхность.

### **2.3. Задачи для индивидуальной работы**

Скорость распада атомов радиоактивного элемента пропорциональна числу не распавшихся атомов на данный момент времени. За 30 дней распалось 50% первоначального количества радиоактивного вещества. Через сколько дней останется 1% первоначального количества?

## **Самостоятельная внеаудиторная работа студентов**

**1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.**

**2) Ответить на вопросы для самоконтроля и для собеседования:**

1. Как при помощи производной задать градиент? Скорость? Ускорение изменения величины?
2. При каких условиях изменение функции можно заменить ее дифференциалом?
3. Что называется ДУ? Как различается порядок ДУ?
4. Что является общим решением ДУ?
5. Как найти частное решение ДУ?
6. Сколько частных решений может иметь ДУ?

**3) Выполнить практические задания.**

При гидропонном выращивании растений скорость уменьшения массы питательного вещества, вводимого в воду, пропорциональна квадрату наличной массы в любой момент времени. Найти зависимость изменения массы питательного вещества от времени, если было введено 100 г на литр, а через день его содержание уменьшилось в два раза.

### **Рекомендуемая литература:**

#### **Основная литература**

- И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

#### **Дополнительная литература**

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Сборник задач по высшей математике для экономистов/под ред. В.И. Ермакова.- М.: ИНФРА-М, 2002

## **Раздел 4. Дифференциальные уравнения**

### **Тема 4.3. Итоговое занятие «Элементы интегрирования»**

**Цель:** оценить уровень сформированности знаний, умений и навыков студентов по данному разделу.

#### **Задачи:**

- оценить уровень понимания студентами основных понятий и законов интегрального исчисления и теории дифференциальных уравнений.
- оценить умение студентов использовать рассматриваемые методы при решении

типовых задач;

- оценить сформировать у студентов навыков использования рассматриваемых в данной теме методов решения типовых задач для решения ситуационных или практических задач

**Студент должен знать** Основные понятия, термины, законы интегрального исчисления и теории дифференциальных уравнений.

**Студент должен уметь** Решать типовые задачи и задачи прикладного характера

**Студент должен владеть** Методами и приемами решения типовых задач по данной теме. Навыками работы со справочной и инструктивной литературой.

### Самостоятельная аудиторная работа студентов

#### Практическая подготовка

Выполнить задания проверочной работы № 3 (по индивидуальному варианту).

1. Найти неопределенный интеграл:	$\int \frac{3x^2 dx}{(2x^3 + 5)^3}$	$\int 5x \cdot \sin \frac{x}{3} dx$
2. Найти решение дифференциального уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными: $y' = 3y^3$		
3. Решить задачу при помощи дифференциального уравнения. Интенсивность излучения при прохождении через вещество убывает пропорционально толщине слоя вещества и величине падающего излучения. Найти закон поглощения излучения данным веществом, если при прохождении слоя толщиной 5 см интенсивность убывает в 4 раза.		

### Самостоятельная внеаудиторная работа студентов

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Проверить свои знания с использованием тестового контроля.

Провести тренировочное тестирование в системе Indigo.

3) Подготовиться к выполнению проверочной работы. Выполнить практические задания.

1. Найдите интегралы: а).  $\int (\ln x / x) dx$ ; в).  $\int x^2 \cos x dx$ .

2. Найдите частное решение дифференциального уравнения:  $xyy' = 3y^2 - 1$ , если  $y(1) = 1$ .

3. Если первоначальное количество фермента равно 1г, а через час становится равным 1,2г, то чему будет равно его количество через 5 часов после начала брожения. Скорость прироста фермента считать пропорциональной его количеству.

#### **Рекомендуемая литература:**

##### Основная литература

- И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

##### Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Сборник задач по высшей математике для экономистов/под ред. В.И. Ермакова.- М.: ИНФРА-М, 2002

## Раздел 5. Ряды

### Тема 5.1. Разложение функций в ряд

**Цель:** способствовать формированию системы теоретических знаний по теории рядов.

#### **Задачи:**

- Сформировать у студентов представление о возможностях функциональных рядов и



разложения функций в ряд

- Изучить методы исследования функциональных рядов и разложения функций в ряд,
- Сформировать у студентов навыки по применению рядов для анализа однофакторных зависимостей.

**Обучающийся должен знать:** сферу применения теории рядов в учебной и профессиональной деятельности.

**Обучающийся должен уметь:** применять различные методы исследования функциональных рядов и разложения функций в ряд

**Обучающийся должен владеть:** навыками по выбору методов исследования функциональных рядов и разложения функций в ряд для решения практических задач.

### Самостоятельная аудиторная работа студентов

#### 1. Ответить на вопросы по теме занятия

1. Что называется числовым рядом?
2. Что называется общим членом числового ряда?
3. Что называется суммой числового ряда?
4. Свойства числовых рядов.
5. Условия сходимости числового ряда.
6. Что называется функциональным рядом?
7. Как разложить функцию в ряд?

#### 2. Практическая подготовка

##### 2.1. Задачи для решения под руководством преподавателя

**Задание 1.** Составить формулу общего члена числового ряда:  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$

**Задание 2.** Найти 5-й член числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{\pi n}{4}$ .

**Задание 3.** Найти частичную сумму  $S_5$  числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+3}$ .

**Задание 4.** Исследовать на сходимость числовые ряды:

4.1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-4}{2n+6}$ . 4.2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ . 4.3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^3-1}$ . 4.4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2n}}{n!}$ . 4.5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+5}{\cos n}$ .

**Задание 5.** Исследовать на сходимость знакопеременные ряды:

5.1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$ . 5.2.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot 0,5^n$ .

**Задание 6.** Найти радиус, интервал и область сходимости ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ .

**Задание 7.** Используя формулу разложения в ряд Маклорена функции  $(1+x)^\alpha$ , вычислить значение  $\sqrt[3]{30}$  с точностью до 0,001.

##### 2.2. Задачи для группового решения (с проверкой у доски)

**Задание 1.** Составить формулу общего члена числового ряда:  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$

**Задание 2.** Найти 5-й член числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi n}{4}$ .

**Задание 3.** Найти частичную сумму  $S_5$  числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{4n-3}$ .

**Задание 4.** Исследовать на сходимость числовые ряды:

4.1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 4n + 1}{2n^2 + n}$ . 4.2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$ . 4.3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n + 1}{(n + 1)^2 (n + 2)^2}$ . 4.4.  $\sum_{n=1}^{\infty} (1 + \frac{1}{\ln x})$ . 4.5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n + 1}$ .

**Задание 5.** Исследовать на сходимость знакопеременные ряды:

5.1.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n + 1}{n(n + 1)}$ . 5.2.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot 0,3^n$ .

**Задание 6.** Найти радиус, интервал и область сходимости ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$ .

**Задание 7.** Используя формулу разложения в ряд Маклорена функции  $e^x$ , вычислить значение  $e^2$  с точностью до 0,001.

### 2.3. Задачи для индивидуальной работы

**Задание 1.** Составить формулу общего члена числового ряда:  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots$

**Задание 2.** Найти 5-й член числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}(2n - 1)\right)$ .

**Задание 3.** Найти частичную сумму  $S_5$  числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{2n - 1}$ .

**Задание 4.** Исследовать на сходимость числовые ряды:

4.1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 4n - 1}{n^2 + 4n - 1}$ . 4.2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3}}$ . 4.3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 3}{(n + 1)^2 (n + 2)}$ . 4.4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{1}{n}$ . 4.5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n + 1}$ .

**Задание 5.** Исследовать на сходимость знакопеременные ряды:

5.1.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{n^2 + 1}$ . 5.2.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot 3^n$ .

**Задание 6.** Найти радиус, интервал и область сходимости ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n - 1}$ .

**Задание 7.** Используя формулу разложения в ряд Маклорена функции  $(1 + x)^\alpha$ , вычислить значение  $\sqrt[3]{70}$  с точностью до 0,001.

### **Самостоятельная внеаудиторная работа студентов**

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля и для собеседования:

1. Что называется числовым рядом?
2. Что называется общим членом числового ряда?
3. Что называется суммой числового ряда?
4. Свойства числовых рядов.
5. Выписать формулировки теорем о сходимости числового ряда.
6. Условия сходимости числового ряда.
7. Что называется функциональным рядом?
8. Как разложить функцию в ряд?
9. Выписать формулы разложения функций в ряд Тейлора.
10. Выписать формулы разложения функций в ряд Маклорена.

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля.

**Вопрос № 1.** Какая из перечисленных ниже формул является формулой  $n$ -го члена ряда:  
 $1 - 2 + 4 - 8 + \dots$ :

\*а)  $a_n = (-1)^n \cdot 2^{n-1}$ ; б)  $a_n = -2^{n-1}$ ; в)  $a_n = -2^n$ ; г)  $a_n = (-1)^{n-1} \cdot 2^{n-1}$ .

**Вопрос № 2.** Какая из перечисленных ниже формул является формулой  $n$ -го члена ряда:  
 $-1-2-4-8-\dots$ :

а)  $a_n = (-1)^n \cdot 2^{n-1}$ ; \*б)  $a_n = -2^{n-1}$ ; в)  $a_n = -2^n$ ; г)  $a_n = (-1) \cdot 2^n$ .

**Вопрос № 3.** Какая из перечисленных ниже формул является формулой  $n$ -го члена ряда:  
 $-1+2-4+8-\dots$ :

\*а)  $a_n = (-1)^n \cdot 2^{n-1}$ ; б)  $a_n = -2^{n-1}$ ; в)  $a_n = -2^n$ ; г)  $a_n = (-1) \cdot 2^n$ .

**Вопрос № 4.** Какая из перечисленных ниже формул является формулой  $n$ -го члена ряда:  
 $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+\dots$ :

а)  $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ ; б)  $a_n = \frac{(-1)^n}{2^n}$ ; в)  $a_n = \frac{(-1)^n}{2^{n-1}}$ ; \*г)  $a_n = \frac{(-1)^{n-1}}{2^{n-1}}$ .

**Вопрос № 5.** Какая из перечисленных ниже формул является формулой  $n$ -го члена ряда:  
 $-1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{8}-\dots$ :

\*а)  $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ ; б)  $a_n = \frac{(-1)^n}{2^n}$ ; в)  $a_n = \frac{(-1)^n}{2^{n-1}}$ ; г)  $a_n = \frac{(-1)^{n-1}}{2^{n-1}}$ .

**Вопрос № 6.** Какая из перечисленных ниже формул является формулой  $n$ -го члена ряда:  
 $-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\dots$ :

а)  $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ ; б)  $a_n = \frac{(-1)^n}{2^n}$ ; \*в)  $a_n = \frac{(-1)^n}{2^{n-1}}$ ; г)  $a_n = \frac{(-1)^{n-1}}{2^{n-1}}$ .

**Вопрос № 7.** Указать, чему равен 5-й член ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$ :

а)  $\frac{5}{6}$ ; \*б)  $-\frac{5}{6}$ ; в)  $\frac{6}{5}$ ; г)  $-\frac{6}{5}$ .

**Вопрос № 8.** Указать, чему равен 5-й член ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{n+1}$ :

\*а)  $\frac{5}{6}$ ; б)  $-\frac{5}{6}$ ; в)  $\frac{6}{5}$ ; г)  $-\frac{6}{5}$ .

**Вопрос № 9.** Указать, чему равен 5-й член ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n}$ :

а)  $\frac{5}{6}$ ; б)  $-\frac{5}{6}$ ; в)  $\frac{6}{5}$ ; \*г)  $-\frac{6}{5}$ .

**Вопрос № 10.** Указать, чему равна частичная сумма  $S_4$  ряда  $-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\dots$ :

а)  $\frac{5}{8}$ ; б)  $-3$ ; \*в)  $-\frac{5}{8}$ ; г)  $3$ .

**Вопрос № 11.** Указать, чему равна частичная сумма  $S_4$  ряда  $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+\dots$ :

\*а)  $\frac{5}{8}$ ; б)  $-3$ ; в)  $-\frac{5}{8}$ ; г)  $3$ .

**Вопрос № 12.** Указать, чему равна частичная сумма  $S_4$  ряда  $1 - 2 + 4 - 8 + \dots$ :

- а)  $\frac{5}{8}$ ; \*б)  $-3$ ; в)  $-\frac{5}{8}$ ; г)  $3$ .

**Вопрос № 13.** Какое из перечисленных утверждений является верным:

- а) “сумма числового ряда – это сумма всех его членов”;  
\*б) “сумма числового ряда – это предел его частичных сумм”;  
в) “сумма числового ряда – это сумма  $n$  первых его членов”;  
г) “сумма числового ряда – это сумма абсолютных величин его членов”.

**Вопрос № 14.** Какое из перечисленных утверждений является верным:

- а) “частичная сумма числового ряда – это сумма всех его членов”;  
б) “частичная сумма числового ряда – это предел его частичных сумм”;  
\*в) “частичная сумма числового ряда – это сумма  $n$  первых его членов”;  
г) “частичная сумма числового ряда – это сумма абсолютных величин его членов”.

**Вопрос № 15.** Какое из перечисленных утверждений является верным:

- \*а) “ $n$ -й остаток числового ряда – это разность сумма всех его членов и  $n$ -й частичной суммы”;  
б) “ $n$ -й остаток числового ряда – это предел его частичных сумм”;  
в) “ $n$ -й остаток числового ряда – это сумма  $n$  первых его членов”;  
г) “ $n$ -й остаток числового ряда – это разность всех его членов и суммы абсолютных величин его членов”.

**Вопрос № 16.** Какое из перечисленных утверждений является верным:

- а) “если предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  равен нулю, то ряд сходится”;  
б) “если предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  равен нулю, то ряд расходится”;  
в) “если ряд расходится, то предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  не равен нулю”;  
\*г) “если ряд сходится, то предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  равен нулю”.

**Вопрос № 17.** Какое из перечисленных утверждений является верным:

- а) “если предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  равен нулю, то ряд сходится”;  
\*б) “если предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  не равен нулю, то ряд расходится”;  
в) “если ряд расходится, то предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  не равен нулю”;  
г) “если ряд сходится, то предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  не равен нулю”.

**Вопрос № 18.** Какое из перечисленных утверждений является верным:

- а) “если предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  равен нулю, то ряд сходится”;  
\*б) “если предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  равен нулю, то ряд может, как сходиться, так и расходиться”;  
в) “если ряд расходится, то предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  не равен нулю”;  
г) “если ряд сходится, то предел общего члена ряда при  $n \rightarrow \infty$  не равен нулю”.

**Вопрос № 19.** Какое из перечисленных утверждений является верным:

- \*а) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  сходится при  $p > 1$ ”;  
б) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  расходится при  $p > 1$ ”;  
в) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  сходится при  $p \geq 1$ ”;  
г) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  расходится при  $p \geq 1$ ”.

**Вопрос № 20.** Какое из перечисленных утверждений является верным:

- а) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  сходится при  $p \leq 1$ ”;  
б) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  расходится при  $p > 1$ ”;

в) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  сходится при  $p \geq 1$ ”;

\*г) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  расходится при  $p \leq 1$ ”.

**Вопрос № 21.** Какое из перечисленных утверждений является верным:

а) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  сходится при  $p \leq 1$ ”;

б) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  расходится при  $p > 1$ ”;

\*в) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  сходится при  $p = 2$ ”;

г) “обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  расходится при  $p \geq 1$ ”.

**Вопрос № 22.** Указать, чему равна сумма ряда  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$ :

а)  $\frac{1}{9}$ ; б)  $\frac{1}{2}$ ; \*в) 1; г) 2.

**Вопрос № 23.** Указать, чему равна сумма ряда  $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ :

а)  $\frac{1}{9}$ ; \*б)  $\frac{1}{2}$ ; в) 1; г) 2.

**Вопрос № 24.** Указать, чему равна сумма ряда  $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots + \frac{1}{10^n} + \dots$ :

\*а)  $\frac{1}{9}$ ; б)  $\frac{1}{2}$ ; в) 1; г) 2.

**Вопрос № 25.** Если при исследовании ряда на сходимость по признаку Д'Аламбера установлено,

что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 0$ , это означает, что:

\*а) ряд сходится; б) ряд расходится; в) ряд может, как сходиться, так и расходиться;

г) вопрос о сходимости остаётся открытым.

**Вопрос № 26.** Если при исследовании ряда на сходимость по признаку Д'Аламбера установлено,

что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \infty$ , это означает, что:

а) ряд сходится; \*б) ряд расходится; в) ряд может, как сходиться, так и расходиться;

г) вопрос о сходимости остаётся открытым.

**Вопрос № 27.** Если при исследовании ряда на сходимость по признаку Д'Аламбера установлено,

что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 2$ , это означает, что:

а) ряд сходится; \*б) ряд расходится; в) ряд может, как сходиться, так и расходиться;

г) вопрос о сходимости остаётся открытым.

**Вопрос № 28.** Указать, чему равен радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} n(x-2)^{n-1}$ :

а) 0; б)  $\frac{1}{2}$ ; \*в) 1; г) 2.

**Вопрос № 29.** Указать, чему равен радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}(x-1)^{n+1}$ :

а) 0; б)  $\frac{1}{2}$ ; \*в) 1; г) 2.

**Вопрос № 30.** Указать, чему равен радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n (x+2)^n$  :

а) 0; \*б)  $\frac{1}{2}$ ; в) 1; г) 2.

4) Выполнить практические задания.

**Задание 1.** Составить формулу общего члена числового ряда:  $-1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{16} - \dots$

**Задание 2.** Найти 5-й член числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{6}(2n-1)\right)$ .

**Задание 3.** Найти частичную сумму  $S_5$  числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{n+1}$ .

**Задание 4.** Исследовать на сходимость числовые ряды:

4.1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - n + 3}{n^2 + 2n + 5}$ . 4.2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n^3}}$ . 4.3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 3}{(n+1)^2(n+2)}$ . 4.4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(n+1)!}$ . 4.5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^3}{n^{2n}}$ .

**Задание 5.** Исследовать на сходимость знакопеременные ряды:

5.1.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}}$ . 5.2.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot 0,1^n$ .

**Задание 6.** Найти радиус, интервал и область сходимости ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n-1}}{2n}$ .

**Задание 7.** Используя формулу разложения в ряд Маклорена функции  $\sin x$ , вычислить значение  $\sin 1^\circ$  с точностью до 0,0001.

**Рекомендуемая литература:**

Основная литература

• И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Сборник задач по высшей математике для экономистов/под ред. В.И. Ермакова.- М.: ИНФРА-М, 2002

**Раздел 5.**

**Тема 5.2. Итоговое занятие по курсу математического анализа**

**Цель:** оценить уровень сформированности знаний, умений и навыков студентов по дисциплине.

**Задачи:**

- оценить уровень понимания студентами основных понятий и математического анализа.
- оценить умение студентов использовать рассматриваемые методы при решении типовых задач;
- оценить сформировать у студентов навыков использования рассматриваемых в данной дисциплине методов решения типовых задач для решения ситуационных или практических задач

**Студент должен знать** Основные понятия, термины, законы математического анализа

**Студент должен уметь** Решать типовые задачи и задачи прикладного характера

**Студент должен владеть** Методами и приемами решения типовых задач.  
Навыками работы со справочной и инструктивной литературой.

### **Самостоятельная аудиторная работа студентов**

#### **Практическая подготовка**

1.1. Выполнить задания итогового тестирования по индивидуальному варианту (в компьютерном классе или на бумажном носителе – по указанию преподавателя).

1.2. В случае имеющихся задолженностей по текущим контрольным мероприятиям и занятиям, выполнить задания для их ликвидации.

### **Самостоятельная внеаудиторная работа студентов**

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций и/или рекомендуемой учебной литературы.

2) Проверить свои знания с использованием тестового контроля.

Провести тренировочное тестирование в системе Indigo.

#### **Рекомендуемая литература:**

##### Основная литература

- И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. – Москва: Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2012

##### Дополнительная литература

- А.Н. Ремизов, А.Г. Максина. Медицинская и биологическая физика: сборник задач. - Москва: "ГЭОТАР-Медиа", 2014
- Сборник задач по высшей математике для экономистов/под ред. В.И. Ермакова.- М.: ИНФРА-М, 2002

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Кировский государственный медицинский университет»  
Министерства здравоохранения Российской Федерации

Кафедра физики и медицинской информатики  
**Приложение Б к рабочей программе дисциплины**

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА**  
для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся  
по дисциплине

**«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

Специальность: 30.05.01. Медицинская биохимия  
Направленность (профиль) ОПОП - Медицинская биохимия  
Форма обучения: очная

**1. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

Показатели оценивания	Критерии и шкалы оценивания				Оценочное средство	
	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично	для текущего контроля	для промежуточной аттестации
ОПК-1. Способен использовать и применять фундаментальные и прикладные медицинские, естественно-научные знания для постановки и решения стандартных и инновационных задач профессиональной деятельности						
ИД ОПК 1.1. Использует естественно-научные знания для постановки и решения стандартных и инновационных задач профессиональной деятельности						
Знать	Не знает универсальность характера законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности, основные правила и методы решения типовых задач, допускает существенные ошибки	Не в полном объеме знает универсальность характера законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности, основные правила и методы решения типовых задач или допускает существенные ошибки	Знает универсальность характера законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности, основные правила и методы решения типовых задач, но допускает незначительные ошибки в рассуждениях.	Знает универсальность характера законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности, основные правила и методы решения типовых задач.	Тестирование	Тестирование Собеседование
Уметь	Не умеет решать типовые задачи с использованием основных свойств функций, основ дифференциального и интегрального исчисления, не умеет переносить известные	Частично умеет решать типовые задачи с использованием основных свойств функций, основ дифференциального и интегрального исчисления, не умеет переносить	Умеет решать типовые задачи с использованием основных свойств функций, основ дифференциального и интегрального исчисления, переносить известные	Умеет решать типовые задачи с использованием основных свойств функций, основ дифференциального и интегрального исчисления, переносить известные	Типовые задачи Тестирование Проверочная работа	Проверка практических навыков (решение типовых задач) Тестирование Собеседование



	методы на нетиповые задачи, и/или допускает существенные ошибки	известные методы на нетиповые задачи, допускает существенные ошибки	методы на нетиповые задачи, но допускает несущественные ошибки	методы на нетиповые задачи.		
Владеть	Не владеет математической терминологией, математическим аппаратом для анализа функциональных процессов и построения математических моделей, может допускать существенные ошибки.	Не полностью владеет математической терминологией, математическим аппаратом для анализа функциональных процессов и построения математических моделей, может допускать существенные ошибки.	Владеет математической терминологией, математическим аппаратом для анализа функциональных процессов и построения математических моделей, но может допускать незначительные неточности и ошибки.	Свободно владеет математической терминологией, математическим аппаратом для анализа функциональных процессов и построения математических моделей.	Типовые задачи Тестирование Проверочная работа	Проверка практических навыков (решение типовых задач) Тестирование Собеседование

## 2. Типовые контрольные задания и иные материалы

### 2.1. Примерный комплект типовых заданий для оценки сформированности компетенций, критерии оценки

<i>Код компетенции</i>	<i>Комплект заданий для оценки сформированности компетенций</i>
<b>ОПК-1</b>	<p><b>Примерные вопросы к собеседованию на экзамене (полный перечень вопросов – см. п. 2.2):</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Понятие функции и области ее определения.</li> <li>2. Понятие предела функции. Свойства пределов.</li> <li>3. Бесконечно большая и бесконечно малая функции.</li> <li>4. Первый и второй замечательные пределы.</li> <li>5. Непрерывность функции. Точки разрыва.</li> <li>6. Производная и дифференциал функции.</li> <li>7. Геометрический смысл производной и дифференциала.</li> <li>8. Правила дифференцирования.</li> <li>9. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций.</li> <li>10. Правило Лопиталья для вычисления пределов функции.</li> <li>11. Первообразная функция и неопределенный интеграл.</li> <li>12. Свойства неопределенного интеграла.</li> <li>13. Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла, вытекающие из определения.</li> <li>14. Геометрический смысл определенного интеграла.</li> <li>15. Вычисление работы переменной силы и пройденного пути при помощи определенного интеграла.</li> </ol> <p><b>Примеры тестовых заданий (разноуровневые) для текущего контроля и промежуточной аттестации</b></p> <p><b><u>1 уровень:</u></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определителем называется число, которое:</li> </ol>

- 4) Находится по данным таблицы на пересечении определенных строки и столбца.
  - 5) Задается квадратной таблицей – таблицей, содержащей одинаковое число строк и столбцов, и вычисляется по определенному правилу. \*
  - 6) Задается прямоугольной таблицей – таблицей, содержащей любое число строк и столбцов, и вычисляется по определенному правилу.
2. Определители различаются порядком, который определяется их размером, т.е.
    - 5) Количеством строк или столбцов.\*
    - 6) Только количеством строк.
    - 7) Только количеством столбцов.
    - 8) Суммарным количеством строк и столбцов.
  3. Определитель 2 (второго) порядка вычисляется следующим образом:
    - 4)  $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} + a_{21}a_{12}.$
    - 5)  $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{12} - a_{21}a_{22}.$
    - 6)  $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}.*$
  4. Матрицей называется такая таблица, в которой:
    1. Число строк и столбцов могут быть разными.\*
    2. Число строк должно быть равным числу столбцов.
    3. Число строк должно быть больше числа столбцов.
  5. Квадратной называется матрица, у которой:
    - 3) Число строк равно числу столбцов.\*
    - 4) Таблица записана в квадратных скобках.
  6. Нулевой называется матрица, у которой:
    - 4) Все элементы равны между собой.
    - 5) Все элементы равны нулю.\*
    - 6) Все элементы, стоящие по диагонали равны нулю.
  7. Функцией  $Y = f(x)$  называется:
    1. Множество значений переменной величины  $Y$ , вычисленных при подстановке значений переменной величины  $x$  в соответствующую формулу.
    2. Соответствие, по которому для любого определенного значения переменной величины  $X$  можно вычислить единственное значение переменной величины  $Y$ .\*
    3. Соответствие, по которому для любого определенного значения переменной величины  $Y$  можно вычислить единственное значение переменной величины  $x$ .
  8. Областью определения функции  $Y = f(x)$  называется:
    1. Множество значений, которые может принимать переменная величина  $x$  в данном соответствии.\*
    2. Множество значений, которые может принимать переменная величина  $Y$  в данном соответствии.
    3. Множество значений переменной величины  $x$ , которые берутся при нахождении переменной величины  $Y$ .
  9. Множеством значений функции  $Y = f(x)$  называется:
    4. Множество значений, которые может принимать переменная величина  $x$  в данном соответствии.
    5. Множество значений, которые может принимать переменная величина  $Y$  в данном соответствии.\*

6. Множество значений переменной величины  $x$ , которые берутся при нахождении переменной величины  $Y$ .

10. Графиком функции  $Y = f(x)$  называется:

- 1). Линия, соединяющая точки с координатами  $(x; Y = f(x))$ .
- 2). Множество точек с координатами  $(x; Y = f(x))$ . \*

11. Область определения функции  $Y = \frac{x^2 - 1}{x}$ :

1.  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .\*
2.  $x \in (-\infty; 0) \cap (0; +\infty)$ .
3.  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup (1; +\infty)$ .

12. Точки пересечения графика функции  $Y = \frac{x^2 - 1}{x}$  с осями координат:

1.  $(0; 0), (0; 1)$ .
2.  $(-1; 0), (1; 0)$ .\*
3.  $(0; -1), (0; 1)$

13. Предел  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x-2}$  равен 1) 1\*; 2) 0; 3)  $\infty$ ; 4) не существует.

14. Какие из перечисленных функций являются бесконечно большими при  $x \rightarrow \infty$ : 1)  $y = \sqrt[3]{x}$ ; \* 2)  $y = x^{10}$ ; \* 3)  $y = \operatorname{tg} x$ ; 4)  $y = 0,5^x$ .

15. Предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x - 10}{2x^2 + 7x + 5}$  равен: 1) 0; 2) 1; 3) 1,5; 4)  $\frac{2}{3}$ .\*

16. Найти значение производной функции  $y = x + \cos x$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .

- 1);
- 2)  $\pi$ ;
- 3) 0;
- 4) 1.

17. Первообразная – это:

- 1) число; 2) функция\*; 3) семейство функций; 4) нет верного ответа

### II уровень:

1. Установите соответствие между функцией и ее производной

Функция	Производная
1) $y = \ln x - 3x^2$	А) $y' = x^2 - 4$
2) $y = \frac{x^3}{3} - 4x + 5$	Б) $y' = 3e^{3x} - 4$
3) $y = e^{3x} - 4x$	В) $y' = \frac{1}{x} - 6x$
4) $y = 3e^x - 4$	Г) $y' = 3e^x$

Ответ: 1 = В; 2 = А; 3 = Б; 4 = Г

2. Установите соответствие между уравнением, задающим линию, и видом линии

Уравнение	линия
1) $x^2 + y^2 - 5 = 0$	А) Прямая
2) $y = x^2 - 3x + 5$	Б) Парабола
3) $3 - y - 2x = 0$	В) Гипербола
4) $y = \frac{3}{x} - 4$	Г) Окружность

Ответ: 1 = Г; 2 = Б; 3 = А; 4 = В

3. Установите соответствие между отрезком и поведением функции  $y = x^3 - 4x$  на этом отрезке

Отрезок	Поведение функции
1) [0; 2]	А) возрастает
2) [2; 4]	Б) убывает
3) [-2; 0]	В) сначала возрастает, затем убывает
4) [-1; 1]	Г) сначала убывает, затем возрастает

Ответ: 1=Г; 2=А; 3=В; 4=Б

4. Установите соответствие между уравнением прямой и свойством, которому удовлетворяет эта прямая.

Уравнение прямой	линия
1) $x + 2y = 3$	А) Параллельна оси ОХ
2) $2x - y = 3$	Б) Перпендикулярна оси ОХ
3) $y = 5$	В) Параллельна прямой $y = 2x$
4) $x = -4$	Г) Проходит через точку (3; 0)

Ответ: 1=Г; 2=В; 3=А; 4=Б

5. Заданы матрицы  $A(2 \times 3)$  и  $B(2 \times 3)$ . Установите соответствие между матрицей и ее размерностью.

Матрица	Размерность
1) $A+2B$	А) $(3 \times 3)$
2) $A \cdot B$	Б) $(3 \times 2)$
3) $B \cdot A$	В) $(2 \times 3)$
4) $A^T$	Г) $(2 \times 2)$

Ответ: 1=В; 2=Г; 3=А; 4=Б

### **III уровень:**

**Задача 1.** Наибольшее значение функции  $y = 4 - 6x - x^2$  на отрезке  $[-4; 0]$  равно \_\_\_\_\_, а наименьшее значение функции на этом отрезке равно \_\_\_\_\_.

Ответ дать с точностью до целых чисел.

Ответ: 13; 4

**Задача 2.** Некоторый процесс описывается функцией  $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$ .

Вопрос 1. Найти стационарную точку для этого процесса.

(2; 2)

(-2; -2)

\*(2; -2)

(-2; 2)

Вопрос 2. Имеет ли функция в данной точке локальный экстремум?

\*Имеет локальный максимум

Не имеет локального экстремума

Имеет локальный минимум

Вопрос 3. Чему равняется максимум функции в стационарной точке?

0

-8

-24

\*8

Задача 3. Дана система линейных уравнений (СЛУ): 
$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 3x - y - az = 2 \\ 2x - y - 3z = 3 \end{cases}$$

Вопрос 1. При каком значении коэффициента  $a$  система линейных уравнений не имеет единственного решения?

-0,4

\*0,4

0

2,5

Вопрос 2. При каких значениях коэффициента  $a$  система линейных уравнений может иметь единственное решение?

Больше 0,4

От -0,4 до 0,4

\*Меньше 0,4

Меньше -0,4

### Примерный перечень практических навыков

#### Студент должен уметь:

1. исследовать функцию при помощи средств дифференциального исчисления.
2. находить формулу для вычисления абсолютной погрешности косвенного измерения при помощи полного дифференциала.
3. составлять математическую модель процесса с помощью дифференциального уравнения и находить закон протекания этого процесса.
4. решать типовые задачи на применение изученных математических методов.

#### Студент должен владеть навыками:

1. работы со справочными материалами, включающими основные формулы математики, математические таблицы, алгоритмы решения типовых задач.
2. решения типовых задач по предложенным алгоритмам.

### Примерные типовые задачи

1. Решить СЛУ 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ 2x_1 + 6x_2 + 4x_3 = -6 \\ 3x_1 + 10x_2 + 8x_3 = -8 \end{cases}$$

а) методом Гаусса;

б) методом Крамера;

в) матричным методом.

2. Исследовать функцию  $y = f(x)$  и построить схематически её график:  $y = (x - 2)^2(x + 3)$

3. Найти частные производные первого порядка функций двух переменных:  $z = xe^y$

4. Исследовать функцию  $z = f(x, y)$  на экстремумы:  $z = x^3 + y^3 - 3xy$

5. Найти интегралы:  $\int (3x + 2)^2 dx$ ;  $\int \frac{2\cos^2 x + 1}{\cos^2 x} dx$ ;  $\int \frac{2\sqrt{x} - 3x^2}{x^2} dx$ ;  $\int e^{2x+1} dx$

6. Найти общее решение ДУ 1-го порядка:  $4x - 3y^2 y' = 0$ .

7. Найти частное решение ДУ 1-го порядка:  $3y^2 y' = y^3 + 1$ , если  $y = 2$ , при  $x = 0$ .  
 8. Найти частное решение ДУ 2-го порядка:  $2y'' - 6y' = 0$

**Примерные задания для выполнения проверочных работ:**

Проверочная работа №1

1. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу, обратную к матрице:

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$$

3. Найти решение системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными методами

Крамера и Гаусса: 
$$\begin{cases} 4x - 3y + 2z = 5 \\ 2x + 5y - 3z = 4 \\ 5x + 6y - 2z = 10 \end{cases}$$

Проверочная работа №2

1. Найти производную функции одного аргумента:  $y = \sqrt{x} \cdot \ln^3 x$ ;  $y = \frac{x^2 + 2}{x^3 - 3x}$

2. Найти полный дифференциал функции двух аргументов:  $z = \cos\left(2x^2 y^2 + 2x^4 - 3y^2 + \frac{x}{y^2}\right)$

3. Найти неопределенный интеграл:  $\int \frac{3x^2 dx}{(2x^3 + 5)^3}$ ;  $\int 5x \cdot \sin \frac{x}{3} dx$

4. Найти решение дифференциального уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными:  $y' = 3y^3$

Проверочная работа №3

1. Найдите интегралы:

а)  $\int \frac{x^2}{x^2 + 1} dx$ ; б)  $\int 4e^{8\sin x} \cos x dx$ ; в)  $\int x^2 (x^3 + 9)^2 dx$ ; г)  $\int 3xe^{2-x} dx$ ; д)  $\int \frac{dx}{x^3 - x^2}$

2. Найти решение дифференциального уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными:  $y' = 3y^3$

3. Решить задачу при помощи дифференциального уравнения.

Интенсивность излучения при прохождении через вещество убывает пропорционально толщине слоя вещества и величине падающего излучения. Найти закон поглощения излучения данным веществом, если при прохождении слоя толщиной 10 см интенсивность убывает в 2 раза.

**Критерии оценки экзаменационного собеседования**

**Оценки «отлично»** заслуживает обучающийся, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «отлично» выставляется обучающимся, усвоившим взаимосвязь

основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.

**Оценки «хорошо»** заслуживает обучающийся, обнаруживший полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка «хорошо» выставляется обучающимся, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

**Оценки «удовлетворительно»** заслуживает обучающийся, обнаруживший знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «удовлетворительно» выставляется обучающимся, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

**Оценка «неудовлетворительно»** выставляется обучающемуся, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение в образовательной организации высшего образования и приступить к изучению последующих дисциплин.

#### **Критерии оценки тестовых заданий:**

«зачтено» - не менее 71% правильных ответов;

«не зачтено» - 70% и менее правильных ответов.

#### **Критерии оценки практических навыков:**

«зачтено» - обучающийся обладает теоретическими знаниями и владеет методикой выполнения практических навыков, демонстрирует их выполнение, в случае ошибки может исправить при коррекции их преподавателем;

«не зачтено» - обучающийся не обладает достаточным уровнем теоретических знаний (не знает методики выполнения практических навыков, показаний и противопоказаний, возможных осложнений, нормативы и проч.) и/или не может самостоятельно продемонстрировать практические умения или выполняет их, допуская грубые ошибки.

#### **Критерии оценки решения типовых задач:**

«зачтено» - обучающийся решил задачу в соответствии с алгоритмом, дал полные и точные ответы на все вопросы задачи, представил комплексную оценку предложенной ситуации, сделал выводы, привел дополнительные аргументы, продемонстрировал знание теоретического материала с учетом междисциплинарных связей, нормативно-правовых актов; предложил альтернативные варианты решения проблемы;

«не зачтено» - обучающийся не смог логично сформулировать ответы на вопросы задачи, сделать выводы, привести дополнительные примеры на основе принципа межпредметных связей, продемонстрировал неверную оценку ситуации.

#### **Критерии оценки выполнения проверочных работ:**

**Оценка «отлично»** выставляется обучающемуся, если выполнены все задания в работе, правильно и точно показан ход решения и вычислений, работа аккуратно оформлена согласно требованиям оформления письменных работ, сделаны обоснованные выводы, дана правильная и полная интерпретация выводов, обучающийся аргументированно обосновывает свою точку зрения, обобщает материал, уверенно и правильно отвечает на вопросы преподавателя в ходе защиты работы.

**Оценка «хорошо»** выставляется обучающемуся, если выполнено не менее 70% задания, показан правильный ход решения и вычислений, имеются незначительные погрешности в оформлении работы, дана правильная, но неполная интерпретация выводов. Во время защиты работы обучающийся дает правильные, но неполные ответы на вопросы преподавателя, испытывает затруднения в интерпретации полученных выводов, обобщающие выводы обучающегося недостаточно четко выражены.

**Оценка «удовлетворительно»** выставляется обучающемуся, если выполнено не менее половины всех заданий, подход к решению правильный, но есть ошибки, имеются значительные погрешности в оформлении работы, дана неполная интерпретация выводов, во время защиты работы обучающийся не всегда дает правильные ответы, не способен правильно и точно обосновать полученные выводы.

**Оценка «неудовлетворительно»** выставляется обучающемуся, если выполнено менее половины всех заданий, решение содержит грубые ошибки, работа оформлена неаккуратно, с нарушением требований оформления письменных работ, неправильное обоснование выводов либо отсутствие выводов, во время защиты работы обучающийся не способен прокомментировать ход решения задачи, дает неправильные ответы, не способен сформулировать выводы по работе.

## 2.2. Перечень вопросов для экзаменационного собеседования:

1. Матрица. Основные виды матриц.
2. Действия над матрицами:
  - a. а) сложение;
  - b. б) умножение на число;
  - c. в) произведение;
  - d. г) транспонирование.
3. Определитель.
4. Минор и алгебраическое дополнение элемента определителя.
5. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядка.
6. Вычисление определителей методом понижения порядка.
7. Союзная и обратная матрицы.
8. Система линейных уравнений. Решение  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными:
  - a. а) метод Крамера;
  - b. б) матричный метод;
  - c. в) метод Гаусса
9. Понятие системы координат. Основные виды систем координат, связь между ними.
10. Преобразования прямоугольной системы координат.
11. Уравнения прямой на плоскости:
  - a. а) в общем виде;
  - b. б) с угловым коэффициентом;
  - c. в) в отрезках;
  - d. г) проходящей через точку в данном направлении;
  - e. д) проходящей через точку перпендикулярно данному вектору;
  - f. е) проходящей через две точки;
  - g. ж) в полярных координатах.
12. Общее уравнение линий 2-го порядка. Определение вида кривой по общему уравнению.
13. Окружность.
14. Эллипс.
15. Гипербола.
16. Парабола.
17. Понятие комплексного числа. Изображение комплексного числа.
18. Формы записи комплексных чисел.
19. Действия над комплексными числами в алгебраической форме записи.
20. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме записи.
21. Понятие функции и области ее определения.



22. Понятие предела функции. Свойства пределов.
23. Бесконечно большая и бесконечно малая функции.
24. Первый и второй замечательные пределы.
25. Непрерывность функции. Точки разрыва.
26. Производная и дифференциал функции.
27. Геометрический смысл производной и дифференциала.
28. Правила дифференцирования.
29. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций.
30. Правило Лопиталю для вычисления пределов функции.
31. Формула Тейлора для разложения функции.
32. Правило нахождения наклонной асимптоты для функции  $y=f(x)$ .
33. Общая схема исследования функции.
34. Теоретические основы исследования функции на экстремум.
35. Методы исследования функции на экстремум.
36. Функция нескольких переменных (на примере функции 2-х переменных).
37. Частные приращения, производные и дифференциалы функции двух переменных.
38. Полное приращение и полный дифференциал функции двух переменных.
39. Применение полного дифференциала при вычислении погрешностей косвенных измерений.
40. Вычисление экстремумов функции 2-х переменных.
41. Решение задач на вычисление условного экстремума.
42. Первообразная функция и неопределенный интеграл.
43. Свойства неопределенного интеграла.
44. Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла, вытекающие из определения.
45. Геометрический смысл определенного интеграла.
46. Вычисление работы переменной силы и пройденного пути при помощи определенного интеграла.
47. Понятие дифференциального уравнения. Общее и частное решение ДУ. Задача Коши.
48. Классификация ДУ. Алгоритм подхода к решению ДУ 1-го порядка.
49. Классификация ДУ. Алгоритм подхода к решению ДУ 2-го порядка.
50. Моделирование процессов при помощи ДУ.

### 2.3. Перечень типовых задач для проверки практических навыков на экзамене:

Тема задания	Пример задания
1. Понятие комплексного числа	Найти для данного комплексного числа сопряженное и противоположное число, изобразить их на комплексной плоскости $z = 5 - 3i$
2. Запись комплексных чисел в алгебраической, тригонометрической и показательной форме.	Записать комплексное число $z = 5 - 3i$ в тригонометрической форме
3. Действия с комплексными числами.	Выполнить следующие действия с комплексными числами $z_1 = 5 - 3i$ и $z_2 = 3 + 4i$ : $z_1 + z_2$ ; $z_2 - z_1$ ; $z_1 \times z_2$ ; $z_2 \div z_1$ ; $(z_1)^4$ ; $\sqrt{z_2}$
4. Вычисление пределов.	Вычислить пределы функций $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$ ; $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - x}{x - 2}$ ; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{5x}$ ; $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4}{2x^2 + 4x - 5}$ ; $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+8}{x-2} \right)^x$

5. Область определения функции.	Найти область определения функции $y = \sqrt{x-5} + \sqrt{2+x}$
6. Асимптоты функции.	Найти асимптоты функции $y = x \ln x$
7. Вычисление производных.	Найти первую и вторую производные функции $y = \ln \frac{\sin 2x}{5x}$
8. Экстремумы функции.	Проверить на монотонность и экстремумы функцию $y = x \ln x$
9. Точки перегиба функции.	Проверить на выпуклость и точки перегиба функцию $y = xe^x$
10. Наибольшее и наименьшее значение функции.	Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = x^2 - 2x\sqrt{x} + x - 4$ на отрезке $[0;4]$
11. Уравнение касательной и нормали.	Найти уравнение нормали и касательной к графику функции $y = x^2 + 2$ в точке $x_0 = 1$
12. Задачи на экстремум.	Из листа жести размером $2 \times 3$ дм требуется изготовить прямоугольный поддон. Какую высоту должны иметь бортики поддона, чтобы его объем был максимально возможным?
13. Частные производные.	Найти частные производные функции $z = \sin\left(2xy^2 + 3x^3y - \frac{y}{x}\right)$
14. Полный дифференциал.	Найти частные дифференциалы и полный дифференциал функции $z = \sin\left(2xy^2 + 3x^3y - \frac{y}{x}\right)$
15. Вычисление погрешностей.	Найти результат измерения величины $z = \frac{\sqrt{x}}{y}$ , если значения величин $x = x_0 \pm \Delta x = 4,0 \pm 0,2$ и $y = y_0 \pm \Delta y = 2,50 \pm 0,05$ получены прямым измерением
16. Экстремум функции двух переменных.	Найти экстремум функции $z = xy^2 - xy - xy^3$
17. Интегрирование (тождественные преобразования, замена переменных, по частям)	Найти интегралы $\int \frac{x^2 - 9}{x + 3} dx$ ; $\int \frac{\sin x dx}{2 \cos^2 x}$ ; $\int x \sin \frac{x}{2} dx$
18. Площадь криволинейной трапеции.	Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 4x$ и $y = x + 4$
19. ДУ с разделяющимися переменными.	Найти общее решение дифференциального уравнения (ДУ) 1-го порядка с разделяющимися переменными $5xyy' - 1 = 0$
20. Однородные ДУ 1-го порядка.	Найти общее решение однородного дифференциального уравнения (ДУ) 1-го порядка $x + 2y - xy' = 0$
21. Линейные ДУ 1-го порядка.	Найти общее решение линейного дифференциального уравнения (ДУ) 1-го порядка $(2x + 1)y' = 4x + 2y$
22. ДУ 2-го порядка с понижением порядка.	Найти общее решение дифференциального уравнения (ДУ) 2-го порядка $y'' - \frac{x^2}{6} = 0$
23. ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.	Найти общее решение дифференциального уравнения (ДУ) 2-го порядка с постоянными коэффициентами

$3y'' - 2y' - 5y + 8 = 0$
---------------------------

### 3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта профессиональной деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

#### 3.1. Методика проведения тестирования

**Целью** этапа промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), проводимой в форме тестирования, является оценка уровня усвоения обучающимися знаний, приобретения умений, навыков и сформированности компетенций в результате изучения учебной дисциплины (части дисциплины).

#### **Локальные нормативные акты, регламентирующие проведение процедуры:**

Проведение промежуточной аттестации обучающихся регламентируется Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся, введенным в действие приказом от 08.02.2018 № 61-ОД.

#### **Субъекты, на которых направлена процедура:**

Процедура оценивания должна охватывать всех обучающихся, осваивающих дисциплину (модуль). В случае, если обучающийся не проходил процедуру без уважительных причин, то он считается имеющим академическую задолженность.

#### **Период проведения процедуры:**

Процедура оценивания проводится по окончании изучения дисциплины (модуля) на последнем занятии. В случае проведения тестирования на компьютерах время и место проведения тестирования преподаватели кафедры согласуют с информационно-вычислительным центром и доводят до сведения обучающихся.

#### **Требования к помещениям и материально-техническим средствам для проведения процедуры:**

Требования к аудитории для проведения процедуры и необходимость применения специализированных материально-технических средств определяются преподавателем.

#### **Требования к кадровому обеспечению проведения процедуры:**

Процедуру проводит преподаватель, ведущий дисциплину (модуль).

#### **Требования к банку оценочных средств:**

До начала проведения процедуры преподавателем подготавливается необходимый банк тестовых заданий. Преподаватели кафедры разрабатывают задания для тестового этапа зачёта, утверждают их на заседании кафедры и передают в информационно-вычислительный центр в электронном виде вместе с копией рецензии. Минимальное количество тестов, составляющих фонд тестовых заданий, рассчитывают по формуле: трудоемкость дисциплины в з.е. умножить на 50.

Тесты включают в себя задания 3-х уровней:

- ТЗ 1 уровня (выбрать все правильные ответы)
- ТЗ 2 уровня (соответствие, последовательность)
- ТЗ 3 уровня (ситуационная задача)

#### **Соотношение заданий разных уровней и присуждаемые баллы**

	Вид промежуточной аттестации
	экзамен
Количество ТЗ 1 уровня (выбрать все правильные ответы)	30
Кол-во баллов за правильный ответ	1
Всего баллов	<b>30</b>
Количество ТЗ 2 уровня (соответствие, последовательность)	15
Кол-во баллов за правильный ответ	2
Всего баллов	<b>30</b>
Количество ТЗ 3 уровня (ситуационная задача)	5
Кол-во баллов за правильный ответ	8

Всего баллов	40
Всего тестовых заданий	50
Итого баллов	100
Мин. количество баллов для аттестации	70

### **Описание проведения процедуры:**

Тестирование является обязательным этапом экзамена независимо от результатов текущего контроля успеваемости. Тестирование может проводиться на компьютере или на бумажном носителе.

#### Тестирование на бумажном носителе:

Каждому обучающемуся, принимающему участие в процедуре, преподавателем выдается бланк индивидуального задания. После получения бланка индивидуального задания обучающийся должен выбрать правильные ответы на тестовые задания в установленное преподавателем время.

Обучающемуся предлагается выполнить 50 тестовых заданий разного уровня сложности на экзамене. Время, отводимое на тестирование, составляет не более полутора академических часов на экзамене.

#### Тестирование на компьютерах:

Для проведения тестирования используется программа INDIGO. Обучающемуся предлагается выполнить 50 тестовых заданий разного уровня сложности на экзамене. Время, отводимое на тестирование, составляет не более полутора академических часов на экзамене.

### **Результаты процедуры:**

Результаты тестирования на компьютере или бумажном носителе имеют качественную оценку «зачтено» – «не зачтено». Оценки «зачтено» по результатам тестирования являются основанием для допуска обучающихся к собеседованию. При получении оценки «не зачтено» за тестирование обучающийся к собеседованию не допускается и по результатам промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) выставляется оценка «неудовлетворительно».

Результаты проведения процедуры в обязательном порядке проставляются преподавателем в экзаменационные ведомости в соответствующую графу.

## **3.2. Методика проведения устного собеседования**

**Целью процедуры** промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме устного собеседования, является оценка уровня усвоения обучающимися знаний, приобретения умений, навыков и сформированности компетенций в результате изучения учебной дисциплины.

### **Локальные нормативные акты, регламентирующие проведение процедуры:**

Проведение промежуточной аттестации обучающихся регламентируется Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся, введенным в действие приказом от 08.02.2018 № 61-ОД.

### **Субъекты, на которые направлена процедура:**

Процедура оценивания должна охватывать всех обучающихся, осваивающих дисциплину (модуль). В случае, если обучающийся не прошел процедуру без уважительных причин, то он считается имеющим академическую задолженность.

### **Период проведения процедуры:**

Процедура оценивания проводится по окончании изучения дисциплины (модуля) в соответствии с приказом о проведении промежуточной аттестации (если промежуточная аттестация проводится в форме экзамена). Деканатом факультета может быть составлен индивидуальный график прохождения промежуточной аттестации для обучающегося при наличии определенных обстоятельств.

### **Требования к помещениям и материально-техническим средствам для проведения процедуры:**

Требования к аудитории для проведения процедуры и необходимость применения специализированных материально-технических средств определяются преподавателем.

### **Требования к кадровому обеспечению проведения процедуры:**

Процедуру проводит преподаватель, ведущий дисциплину (модуль), как правило, проводящий занятия лекционного типа.

**Требования к банку оценочных средств:**

До начала проведения процедуры преподавателем подготавливается необходимый банк оценочных материалов для оценки знаний, умений, навыков. Банк оценочных материалов включает вопросы, как правило, открытого типа, перечень тем, выносимых на опрос, типовые задания. Из банка оценочных материалов формируются печатные бланки индивидуальных заданий (билеты). Количество вопросов, их вид (открытые или закрытые) в бланке индивидуального задания определяется преподавателем самостоятельно.

**Описание проведения процедуры:**

Каждому обучающемуся, принимающему участие в процедуре, преподавателем выдается бланк индивидуального задания. После получения бланка индивидуального задания и подготовки ответов обучающийся должен в меру имеющихся знаний, умений, навыков, сформированности компетенции дать устные развернутые ответы на поставленные в задании вопросы и задания в установленное преподавателем время. Продолжительность проведения процедуры определяется преподавателем самостоятельно, исходя из сложности индивидуальных заданий, количества вопросов, объема оцениваемого учебного материала, общей трудоемкости изучаемой дисциплины (модуля) и других факторов.

Собеседование может проводиться по вопросам билета и (или) по типовым(ым) задаче(ам). Результат собеседования определяется оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно».

В отдельных случаях после собеседования по основному билету студенту могут быть предложены дополнительные вопросы и (или) задачи для уточнения результирующей оценки.

**Результаты процедуры:**

Результаты проведения процедуры в обязательном порядке проставляются преподавателем в зачетные книжки обучающихся и экзаменационные ведомости и представляются в деканат факультета, за которым закреплена образовательная программа, либо в отдел подготовки кадров высшей квалификации.

По результатам проведения процедуры оценивания преподавателем делается вывод о результатах промежуточной аттестации по дисциплине.

### **3.3. Методика проверки решения типовых задач**

**Целью процедуры** текущей аттестации по дисциплине (модулю), проводимой в форме выполнения решения задач, является оценка уровня усвоения обучающимися знаний, приобретения умений, навыков и сформированности компетенций в результате изучения учебной дисциплины (части дисциплины), оценка способности обучающегося к научно-исследовательской деятельности.

**Локальные нормативные акты, регламентирующие проведение процедуры:**

Проведение промежуточной аттестации обучающихся регламентируется Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся, введенным в действие приказом от 08.02.2018 № 61-ОД.

**Субъекты, на которые направлена процедура:**

Процедура оценивания должна охватывать всех обучающихся, осваивающих дисциплину. В случае, если обучающийся не выполнил продемонстрировал умение решения задач, он считается имеющим академическую задолженность по практическим навыкам.

**Период проведения процедуры:**

Решение задач выполняется студентами на аудиторных занятиях.

**Требования к помещениям и материально-техническим средствам для проведения процедуры:**

Для решения задач во время аудиторных занятий студенты снабжаются справочной литературой, перечнем типовых и ситуационных задач

**Требования к кадровому обеспечению проведения процедуры:**

Процедуру оценивания решения задач проводит преподаватель, ведущий дисциплину.

**Требования к банку оценочных средств:**

До начала проведения процедуры преподавателем подготавливается необходимый банк оценочных материалов для оценки знаний, умений, навыков. Банк оценочных материалов включает в себя перечень типовых и ситуационных задач и требования к выполнению и оформлению решения, алгоритмы решения.

**Описание проведения процедуры:**

Решение задач производится самостоятельно в индивидуальном порядке или малыми группами.

**Результаты процедуры:**

Решение задач оценивается по 2-х балльной шкале: «зачтено», «не зачтено». Оценка за решение учитывается при проведении промежуточной аттестации на этапе проверки практических навыков.

### **3.4. Методика проведения проверочной работы**

**Целью процедуры** текущей аттестации, проводимой в форме выполнения проверочной работы, является оценка уровня усвоения обучающимися знаний, приобретения умений, навыков и сформированности компетенций в результате изучения учебной дисциплины (части дисциплины), оценка способности обучающегося к научно-исследовательской деятельности.

**Локальные нормативные акты, регламентирующие проведение процедуры:**

Проведение промежуточной аттестации обучающихся регламентируется Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся, введенным в действие приказом от 08.02.2018 № 61-ОД.

**Субъекты, на которые направлена процедура:**

Процедура оценивания должна охватывать всех обучающихся, осваивающих дисциплину, по которой предусмотрено выполнение проверочной работы. В случае, если обучающийся не выполнил работу, то он считается имеющим академическую задолженность.

**Период проведения процедуры:**

Проверочная работа выполняется студентами во время итогового занятия по окончании изучения раздела дисциплины.

**Требования к помещениям и материально-техническим средствам для проведения процедуры:**

Контрольная работа выполняется студентами в ходе аудиторных занятий в учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации – каб. №№ 3-522а, 3-523, 3-525, 3-414, 1-307, 1-404.

При необходимости при подготовке к работе студент может воспользоваться аудиторией для самостоятельной работы.

**Требования к кадровому обеспечению проведения процедуры:**

Процедуру оценивания проверочной работы проводит преподаватель, ведущий дисциплину.

**Требования к банку оценочных средств:**

До начала проведения процедуры преподавателем подготавливается необходимый банк оценочных материалов для оценки знаний, умений, навыков. Банк оценочных материалов включает в себя варианты проверочной работы и требования к ее выполнению и оформлению. Обучающийся выполняет вариант работы, предназначенный для него в соответствии с требованиями. В случае выполнения студентом не своего варианта, работа не засчитывается и возвращается студенту для исправления.

**Описание проведения процедуры:**

Проверочная работа выполняется студентами в ходе аудиторных занятий, работа подлежит проверке и рецензированию.

**Результаты процедуры:**

Контрольная работа оценивается по 4-х балльной шкале: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно». Оценка за работу учитывается при проведении промежуточной аттестации на этапе проверки практических навыков.